TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA
DOS ALUNOS DO I.S.T.

N.º 182 - Abril - 1948

CIMENTO

SECIL

Fabricado pelos mais modernos processos e preferido para todos os trabalhos de responsabilidade.
Sacos de papel ou de juta com 50 Kg.
Barricas de 180 Kg.

S E C I L

COMPANHIA GERAL DE CAL E CIMENTO
RUA DO COMÉRCIO, 56, 3.º
LISBOA

União Eléctrica Portuguesa

S. A. R. L.

SEDE
Rua Duque de Loulé, 240 — Pôrto
Telef. 2828 — 2829 — 2830 — Est. 90

DELEGAÇÃO
R. António Maria Cardoso, 13, 2.º - Lisboa
Telefones 27232 — 27233 — Est. 365

ELECTRICIDADE DO LINDOSO
E DAS CENTRAIS DO FREIXO E DA CACHOFARRA

A **União Eléctrica Portuguesa** distribui e vende electricidade nos **distritos** de VIANA DO CASTELO, BRAGA, PORTO, AVEIRO, COIMBRA, VISEU LEIRIA e de SETÚBAL, pela mais extensa rêde de alta-tensão em Portugal (mais de 1.200 kms), levando fôrça motriz às FÁBRICAS e luz a CIDADES, VILAS, ALDEIAS e LUGARES

A **U. E. P.** facilita a electrificação de Fábricas e oferece as maiores vantagens nas suas tarifas

Consultar a **U. E. P.** e consumir a sua energia é **proveitoso negócio**

Cimento «Liz» hidrofugado «N»

PRÓPRIO PARA

IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS

REBOCOS, FUNDAÇÕES, PAREDES, ETC.

Substitue com vantagem de ordem técnica e económica todos os impermeabilizadores conhecidos.

Em sacos de papel de 50 quilos

Peçam instruções para o seu emprêgo

Sede: Rua do Cais de Santarém, 64, 1.º — LISBOA
Filial: Rua de Santo António, 190-A, 1.º — PORTO

Agentes em todo o País

NÚMERO
182
Abril—1948

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA
DOS
ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
Redacção e Administração: AV. ROVISCO PAIS, IST / LISBOA-N. / TEL. 70144 (linha 50)

DIRECTOR
FERNANDO JÁCOME DE CASTRO

ADMINISTRADOR
HENRIQUE ESTÁCIO MARQUES

BIBLIOTECÁRIO
JAIME ORNELAS CAMACHO

SECRETÁRIO
JOSÉ MARIA AVILLEZ
A. ACCIAIOLLI

NÚMERO AVULSO 7$50

ASSINATURAS:

	3 N.os	6 N.os	12 N.os
Continente e Ilhas	21$00	40$00	75$00
Colónias Portuguesas e Estrangeiro	—	45$00	80$00

EDITOR E PROPRIETARIO
ASS. DOS ESTUD. DO I. S. T.

COMPOSTO E IMPRESSO
NA
Tip. JORGE FERNANDES, L.da
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
LISBOA

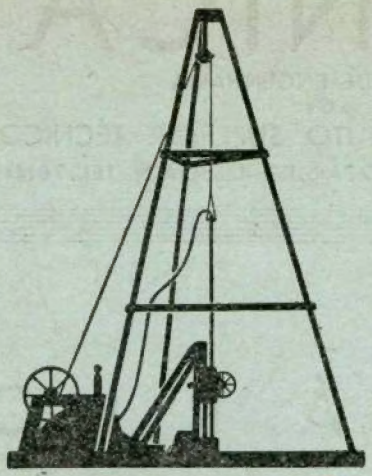
SUMÁRIO

CAPA — Barragem da Senhora do Porto. 4.º escalão do Ave

		Págs.
O ensino de engenharia numa universidade americana . . .	Eng.º Fernando Vasco Costa	875
Mistura	Eng.º Luís A. de Almeida Alves	885
Determinação de deslocamentos nas construções por métodos ópticos	Eng.º António de Sousa Coutinho	895
O Galvanómetro Balístico — Um erro de classificação	Eng.º Benjamim da Conceição Mendonça	905
Notas à excursão dos alunos do 6.º ano de minas a França e Espanha (curso de 1946-47)	José Rogado e Fernando Freitas	925
Biblioteca	. . . . .	936

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SÃO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES

SONDAGENS RODIO, Limitada



RODIO

Sondagens geológicas, estudo da resistência e permeabilidade de terrenos; laboratório geotécnico

Pesquisas de água.

Consolidação e impermeabilização de terrenos e de obras por meio de injecções de cimento, produtos químicos, argila activada, emulsão betuminosa Shellperm, etc.

Estacas de betão armado, sistema **Ródio** moldadas no solo sem trepidações.

Rebocos comprimidos por «**cement gun**»

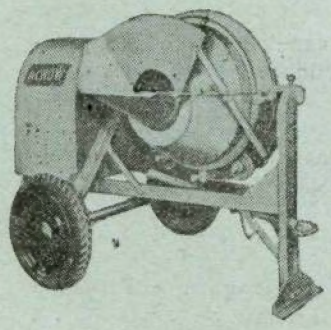
Fundações em terrenos difíceis quer por congelação artificial, quer por abaixamento do lençol de água.

As melhores referências no país e no estrangeiro

Sócio gerente residente em Portugal:
Walter Weyermann, Eng. civil

R. S. Mamede ao Caldas, 22, 3.º — LISBOA

Tel. 2 8685



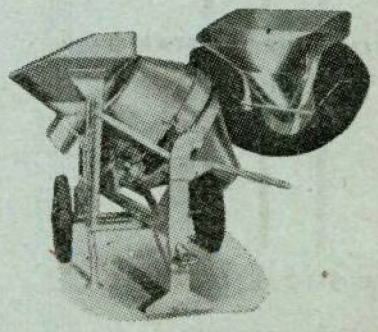
ACROW

150 LITROS

As únicas betoneiras de 150 litros, equipadas com tremonha doseadora de materiais, permitindo trabalho contínuo, isto é o s/**rendimento aumentado em 50 %**; chassis montados sobre molas e rodado sobre pneus, permitindo **a mais fácil deslocação.**

MOTORES

A GASOLINA



Entrega imediata, no armazém do representante exclusivo para Portugal

Telef. 2 2001 / 2 6633

Henry M. F. Hatherly, Ltd.ª

Rua do Comércio, 8-5.º — LISBOA

WILD

APARELHOS DE ALTO RENDIMENTO PARA
TOPOGRAFIA GEODESIA FOTOGRAMETRIA

EFICIÊNCIA **ROBUSTEZ**

COMPROVADAS POR MUITAS CENTENAS DE INSTRUMENTOS

vendidos em Portugal e Colónias, a maior parte dos quais ainda em serviço após anos de trabalho intensivo

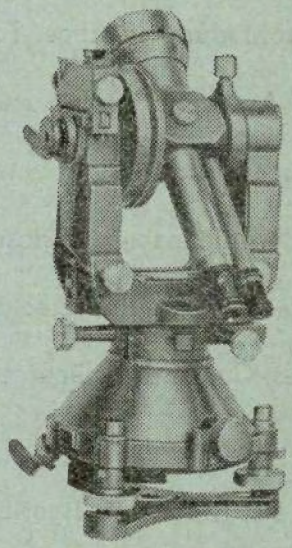
Nível pequeno **N I**
» médio **N II**
» de precisão **N III**

Teodolito-bússola **T O**
» repetidor **T 1**
» universal **T 2**
» de precisão **T 3**
» astronómico **T 4**

Alidade com prancheta
Estádia de invar
Telémetros

Foto-teodolito
Câmaras fotográficas
Restituidores

Goniómetros e outros instrumentos topográficos militares



TEODOLITO DE ALTA PRECISÃO WILD T3

NOS NOSSOS ESCRITÓRIOS ESTAO À DISPOSIÇAO DOS INTERESSADOS AS LISTAS DOS COMPRADORES

Representantes e Depositários

PIMENTEL & CASQUILHO, L.DA

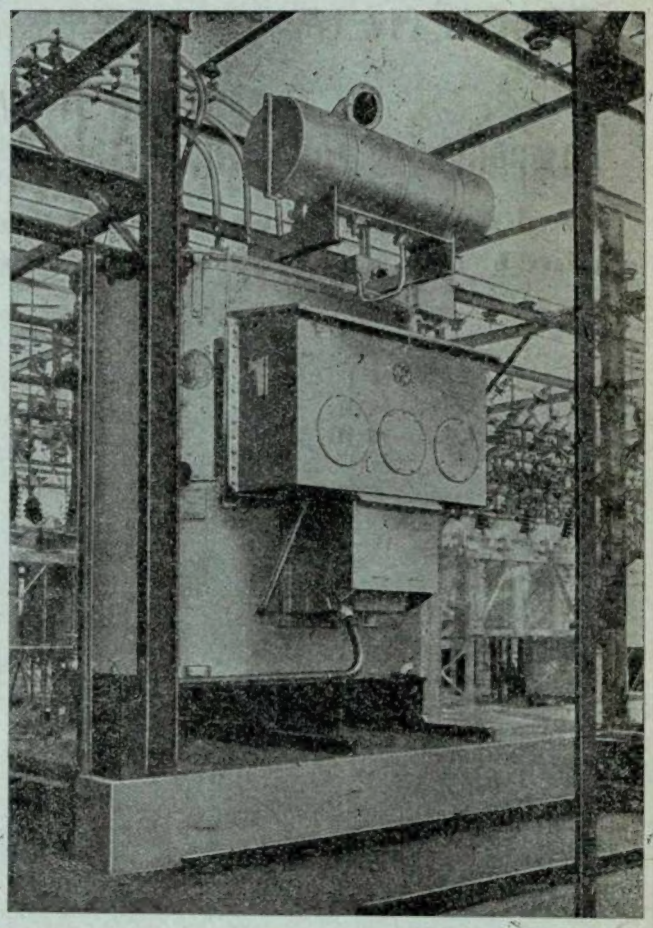
R. EUGÉNIO DOS SANTOS, 75 TELEF. 2 4314/15 LISBOA

WILD HEERBRUGG

GENERAL ELECTRIC

Schenectady, N. Y.

Motores e dínamos. Alternadores. Transformadores. Aparelhos para alta e baixa tensão. Centrais termo e hídro-eléctricas. Instalações para melhorar o factor de potência. Tracção eléctrica. Máquinas, Transformadores e Electrodos para soldadura eléctrica. Fornos eléctricos. Automotoras eléctricas e Diesel-eléctricas. Turbinas de vapor. Aparelhos de iluminação. Instrumentos de medida. Cabos e fios. Electrificação de fábricas. Comandos eléctricos especiais para fábricas téxteis, fábricas de papel, etc. Máquinas frigoríficas.



Transformador trifásico com regulação da tensão em carga

GENERAL ELECTRIC

Portuguesa, S. A. R. L.

LISBOA

Rua do Norte, 5

Telef. 28135-28136

Fábrica Nacional de Condutores Eléctricos, L.da

VENDA NOVA — AMADORA

•

CONDUTORES ELÉCTRICOS

CEL

Fabricados pela indústria nacional segundo as Normas de segurança das instalações de Baixa Tensão

•

CONCESSIONÁRIOS GERAIS:

SODIL — Sociedade Distribuidora, L.da

R. NOVA DA TRINDADE, 15-C

LISBOA

TRABALHO
RUDE
A brutal vibração das chumaceiras e engrenagens das britadeiras e trituradores de pedra, os choques tremendos dos órgãos das escavadoras e a exposição à intempérie, tanto destas máquinas como dos engenhos agrícolas, exigem lubrificantes com características excepcionais.
Os óleos "Gargoyle Viscolite" satisfazem esta necessidade de forma sensacional. A sua extraordinária coesão demonstra-se fàcilmente martelando uma gota deste lubrificante que não produz salpicos.
Por virtude da sua persistência, resistem os óleos "Gargoyle Viscolite" aos choques mais violentos e às mais elevadas pressões, assegurando protecção máxima, sem desperdício, mesmo nas chumaceiras com grandes folgas.
Mas não é tudo! Os "Gargoyle Viscolite" aderem tão fortemente, mesmo às superfícies molhadas, que constituem o meio mais eficiente e económico de lubrificar manualmente os órgãos de máquinas, não só sujeitos às mais rudes condições de trabalho, mas também expostos à umidade.
GARGOYLE
Lubrificantes
SOCONY-VACUUM OIL COMPANY INC.
2139

TÉCNICA

FERNANDO JÁCOME DE CASTRO

DIRECTOR

ANO XXIII - N.º 182 ABRIL 1948

O ENSINO DE ENGENHARIA NUMA UNIVERSIDADE AMERICANA

PELO ENG.º CIVIL (I. S. T.) FERNANDO VASCO COSTA

C. D. 378

O elevado nível de vida e a actual posição política dos Estados Unidos são manifestações do seu grande desenvolvimento industrial. A posição de atrazo que ocupamos em relação a outras nações da Europa pode ser atribuída, como ainda recentemente mostrou o Prof. Ferreira Dias na sua «Linha de Rumo», à insuficiência da nossa indústria.

Dado que o grau de desenvolvimento industrial de um país é em grande parte função da qualidade de trabalho dos seus técnicos, tem o maior interesse, em países que, como o nosso, muito necessitam desenvolver a sua indústria, o estudo das condições em que nos países mais adiantados se procede à educação dos técnicos. Se conseguirmos aperfeiçoar a educação dos nossos técnicos, melhoraremos certamente a nossa indústria e levantaremos o nível de vida português.

Como bolseiro do I. A. C. foi possível ao autor trabalhar, durante seis meses, na Faculdade de Engenharia de Cornell, no Estado de Nova York, uma das maiores e melhores dos Estados Unidos. Neste artigo são apresentados alguns aspectos do ensino em que notou maior divergência entre o que se pratica no I. S. T. e o que se adopta nessa Universidade.

Não compete ao autor orientar reformas. Limita-se, por isso, a relatar observações. Para não comprometer a utilidade deste seu testemunho, procurará ser sempre verdadeiro, mesmo quando tenha de ser desagradável. Oxalá não venham a ser desvirtuadas as intenções com que este artigo foi escrito, e possa ele contribuir para criar ambiente à grande tarefa que é necessário empreender: tornar o ensino dentro do I. S. T. tão actual e tão útil como o era há trinta anos.

1 — A grande diferença

Devemos iniciar este artigo falando da maior diferença encontrada entre a Universidade de Cornell e a nossa Escola: o grande interesse, digamos mesmo afinco, com que

professores e alunos da Cornell diligenceiam tornar o ensino universitário o mais proveitoso possível. Perante essa diferença, todas as outras, a apresentar nos parágrafos seguintes, são secundárias.

Como medida desse interesse podemos citar o facto de quase todos os professores, muito embora dando sensìvelmente o mesmo número de horas de aula que os professores do I. S. T., se dedicarem exclusivamente à Universidade, onde passam todo o dia, quer preparando as lições, quer estudando a reorganização de cursos, quer ainda atendendo alunos ([1]). Por seu lado, os alunos da Cornell, embora apenas com cerca de metade das horas de aula dos alunos do I. S. T., estudam mais do que estes últimos.

Não encontramos em Cornell nem professores nem alunos fugindo ao trabalho; uns estavam empenhados em ensinar; os outros em aprender.

Para a diferença de atitude dos alunos podemos apresentar uma explicação. De pouco servirá ao aluno da Cornell o seu diploma se, passados 10 anos sobre a sua formatura, ele se não tiver revelado um engenheiro competente. Nenhuma das associações de engenharia que controlam a actividade profissional o admitirá como membro. Por isso lhe importa adquirir conhecimentos. Para o aluno do I. S. T., as aulas são, em geral, um calvário pelo qual o fazem passar, e do qual se defende o melhor possível, antes de atingir o seu único objectivo: o diploma. Uma vez este obtido, o aluno entrará automàticamente numa classe privilegiada e será reconhecido oficialmente como um especialista dentro de todas as possíveis especializações do seu curso. O aluno da Cornell procura obter na escola preparação para vir a ser engenheiro: o aluno do I. S. T. aguarda apenas o diploma.

Para a diferença de atitude dos professores não encontramos explicação. A tão falada exiguidade de vencimentos perde o seu significado se atendermos ao nosso nível de vencimentos e a que a maioria dos professores se limita a trabalhar seis horas por semana, apenas durante os meses de aula.

2 — Objectivo do Curso

O objectivo dos cursos em Cornell é ensinar ao aluno os princípios fundamentais que servem de base a qualquer ramo de engenharia e torná-lo apto a, agindo por si, alcançar mais tarde posições de responsabilidade. Pensa-se que, no início da sua carreira, o engenheiro será apenas um colaborador, e que só ao fim de alguns anos, passados a trabalhar sob a direcção de engenheiros mais experimentados, estará apto a assinar projectos e dirigir obras. O ensino tem por isso carácter de preparação, não se passando aos alunos problemas de tão grande responsabilidade como projectar uma barragem, um porto ou uma ponte. Receia-se mesmo que a resolução de tais problemas na aula possa levar o aluno a julgar-se capaz de também os resolver na vida real, antes de esta lhe ter revelado as dificuldades doutros problemas mais simples.

O curso de engenharia ministrado em Cornell consiste, por isso, quase exclusivamente, no estudo de ciências puras e aplicadas, com grande sacrifício das técnicas especializadas.

([1]) É também uma manifestação do interesse dos professores pelo ensino o elevado número de livros por eles escrito. Do curso de engenharia civil podemos citar os seguintes livros de texto: *Hidraulics*, por Schoder; *Earthwork Tables*, por Crandall; *Determination of Azimuth, Time, and Latitude*, por Boothroyd; *Timber Design and Construction* e *Foundations of Bridges and Buildings*, por Jacoby; *Stresses in Simple Structures, Design of Steel Structures, Elementary Structural Engineering* e *Design of Concrete Structures*, por Urquardt e O'Hourke.

É posto o maior cuidado em desenvolver no aluno hábitos de trabalho e espírito de iniciativa, e é dada grande importância à preparação social do engenheiro, para que ele fique apto a compreender problemas políticos e humanos e possa vir a ser, pela vida adiante, além de um bom engenheiro, um bom cidadão.

3 — Grau de especialização dos cursos professados

É bastante reduzida, e ministrada apenas nos últimos anos, a especialização dos cursos de engenharia.

Esta falta de especialização é ditada pela dificuldade, verificada pelos industriais, de um engenheiro descobrir, nos primeiros anos da sua actividade, qual o campo de acção em que poderá vir a ser mais eficiente.

Por outro lado, o sucesso duma carreira de engenharia depende do partido que o engenheiro possa tirar das oportunidades que se lhe proporcionem. Um técnico muito especializado não pode tirar partido da grande variedade de posições oferecidas. Um engenheiro cuja preparação tenha incidido sobre o estudo de princípios científicos pode adaptar-se, com um esforço mínimo, a qualquer tipo de trabalho técnico. Esta razão, se pode ter significado na América, onde aparece explicada no programa dos cursos da Faculdade de Engenharia de Cornell, maior significado deve ter em Portugal, país onde é muito mais limitada a escolha entre colocações oferecidas aos jovens engenheiros.

Destinadas aos engenheiros que pretendem trabalhar para a obtenção de títulos universitários (M. S. ou Ph. D.), ou apenas aprofundar os seus estudos, todos os semestres se ministram algumas cadeiras extremamente especializadas. Essas cadeiras, onde por vezes se professam assuntos não abordados nos cursos do I. S. T., são sempre facultativas, estando o seu programa contìnuamente a ser modificado e actualizado. Para frequentar estas cadeiras muitos antigos alunos voltam à escola anos depois de terminado o curso. Exemplos de designações de algumas dessas cadeiras na engenharia civil: medidas hidráulicas, aproveitamentos hidro-eléctricos, teoria da estabilidade elástica, ensaio de materiais, mecânica das vibrações, observação de pontes existentes, urbanização, aerofotogrametria, aeroportos, aplicações da mecânica dos solos, fundações elásticas e coberturas delgadas.

4 — Organização da faculdade de engenharia

A faculdade de engenharia da Universidade de Cornell encontra-se dividida em quatro colégios, correspondentes às quatro especialidades professadas: civil, mecânica, electrotécnica e química. Nos três primeiros colégios podem tirar-se, além dos cursos regulares, cursos de engenharia administrativa, em parte devotados ao estudo do comércio, finanças, ciências sociais, direito, redacção de inglês, etc.

Cada colégio tem o seu director. São estes directores que estudam os programas, distribuem o trabalho entre os professores e promovem o seu recrutamento. É com eles que os alunos tratam de quase todos os seus problemas.

É fácil compreender que cada um destes directores, melhor do que o reitor da faculdade de engenharia, possa conhecer, um na engenharia civil, outro na mecânica, outro na electrotécnica e outro na química, as necessidades de cada curso e quais as pessoas recrutáveis para o corpo docente.

Pensamos que a acção destes directores das especialidades é um dos factores que mais contribuem para a eficiência do ensino em Cornell.

5 — Programa dos cursos

Todos os cursos professados na Universidade de Cornell são constituídos simultâneamente por cadeiras obrigatórias e por cadeiras facultativas. Estas últimas são escolhidas livremente pelos alunos entre as numerosas cadeiras que todos os semestres lhes são oferecidas.

Com o fim de mostrar o carácter dado ao ensino, faremos uma breve comparação entre as cadeiras obrigatórias que constituem o curso de engenharia civil da Universidade de Cornell e as do mesmo curso no I. S. T.

Às matemáticas é dada importância comparável nas duas escolas. Em Cornell, porém, as matérias, um pouco mais reduzidas, são seleccionadas tendo sobretudo em vista a sua utilidade. Muito tempo é dedicado à resolução de problemas, especialmente na mecânica. O ensino é orientado de modo a que todos os alunos fiquem aptos a utilizar, com segurança, tudo quanto aprenderam nas aulas.

A Física e a Química são ensinadas com desenvolvimento comparável ao do I. S. T.; o mesmo se podendo dizer da Topografia, Desenho, Resistência de Materiais e Hidráulica Teórica.

Grande diferença existe, porém, no ensino das chamadas técnicas.

Em Cornell, embora existam cadeiras correspondentes às nossas Construções Civis, Estradas, Caminhos de Ferro, Trabalhos Marítimos e Hidráulica Agrícola, estas cadeiras são apenas facultativas e não obrigatórias. Em seu lugar o aluno de engenharia é obrigado a frequentar cadeiras onde aprende a escrever correctamente o inglês, a falar em público, a elaborar orçamentos e a organizar obras. Também são ministradas em regime de obrigatoriedade cadeiras onde o aluno adquire noções de direito, finanças e higiene. Para os alunos da especialidade de química existe mesmo uma cadeira obrigatória de psicologia.

Queremos também fazer referência a umas aulas de iniciação (Introductory Lectures), ministradas no início do curso e destinadas a despertar interesse pela engenharia numa altura em que o aluno apenas está tirando cadeiras de ciência pura. Nessas aulas são apresentadas descrições vividas de obras, explicadas as dificuldades encontradas durante a sua realização, maneiras como foram resolvidas e qual a contribuição da ciência para essa resolução.

Graças a um programa como o exposto, o aluno da Cornell sai da escola com uma forte cultura científica, que se não desactualiza com a evolução da técnica e de grande utilidade para qualquer tipo de actividade que ele venha a desempenhar no futuro, mesmo fora do campo da engenharia.

6 — Renovação contínua dos programas

Ao contrário do que sucede no I. S. T., onde muitos dos programas dos cursos têm, pelo menos, 20 anos de idade, os cursos da Cornell são revistos todos os anos, todos os anos se publicando novas edições do programa dos cursos e das cadeiras que os constituem.

O objectivo desta renovação contínua é manter os cursos a par das necessidades reveladas com o rodar do tempo. Essas necessidades são expressas, após consulta, por organismos oficiais e particulares que empregam engenheiros. Assim se explica, no curso de engenharia civil, o aparecimento, há já mais de vinte anos, de cadeiras obrigatórias tratando de betão, fundações e técnica municipal, e, há dez anos, de mecânica dos solos.

Pelas mesmas razões muitas antigas cadeiras referentes a caminhos de ferro, pontes e portos foram suprimidas ou perderam a sua obrigatoriedade.

O quadro com as especializações de Engenharia Civil que abaixo apresentamos, permite ajuizar do cuidado posto em adaptar os cursos da Cornell às necessidades do país.

Quando diminuiu nos Estados Unidos a actividade com a construção de linhas de caminho de ferro, estradas, pontes e abastecimentos de água, as respectivas especializações foram suprimidas. O aparecimento do betão como material de construção e o aperfeiçoamento das técnicas de ensaio sobre materiais e obras, levaram à criação das respectivas especializações, abandonadas mais tarde, julgamos que por o seu ensino ter sido integrado em todos os cursos de engenharia civil. A especialização de engenharia administrativa é que parece ter-se revelado muito útil; foi a única mantida quando dificuldades originadas pela guerra obrigaram a supressão das restantes.

Especializações de engenharia civil ministradas na Universidade de Cornell

(Informações colhidas em programas de curso publicados com cinco anos de intervalo)

1911-12 1916-17	1921-22 1926-27 1931-32	1936-37 1941-42	1946-47
Geral	—	—	Geral
Geodesia	Topografia	Geodesia	
Hidráulica	Hidráulica	Hidráulica	
—	Energia Hidráulica	—	
Engenharia Sanitária	Engenharia Sanitária	Engenharia Sanitária	
—	Engenharia Municipal	—	
—	Abastecimento de Águas	—	Suprimidos temporàriamente
Caminhos de Ferro	Caminhos de Ferro	—	
—	Estradas	—	
Pontes	Pontes	—	
—	—	Transportes	
—	Betão	—	
—	Ensaios	—	
—	Estruturas	Estruturas	
—	—	Administração	Administração

Além da vantagem directa que representa sair da escola com a preparação que oferece, de momento, melhores condições para encontrar emprego, esta renovação contínua dos cursos leva o aluno a trabalhar com maior gosto: ele apenas é obrigado a estudar

assuntos que sabe terem actualidade, que vê debatidos em palestras ou artigos de revistas e ligados a trabalhos em curso.

7 — Cadeiras semestrais

Diversamente do I. S. T., onde são anuais, em Cornell todas as cadeiras são semestrais.

Vejamos algumas vantagens deste sistema.

Em virtude da extensão de cada cadeira ser metade da que seria se a cadeira fosse anual, é muito mais fácil encontrar professores dominando completamente a matéria a ministrar. Assim se simplifica o problema do recrutamento de professores e se evitam as situações pouco agradáveis que resultam para o professor quando é obrigado a abordar assuntos onde se encontra insuficientemente preparado.

A supressão, criação, substituição e transformação de cadeiras semestrais é muito mais fácil do que a de cadeiras anuais. Os cursos podem manter-se actualizados sem grande transtorno ou confusão.

Nas classes com grande matrícula, o dar-se uma cadeira duas vezes por ano, permite uma melhor e menos condicionada utilização do material de laboratório.

8 — Ambiente universitário

A Faculdade de Engenharia, embora com uma população escolar comparável à do I. S. T., é apenas uma parcela da Universidade de Cornell. Esta encontra-se instalada na vertente da colina que domina a cidade de Ithaca. A Universidade tem perto de 8.000 alunos e a cidade 20.000 habitantes. Na própria cidade existe ainda um liceu e um conservatório com alguns milhares de alunos estudando música e a arte de representar. Dificilmente se poderia conseguir melhor ambiente para um ensino universitário.

Talvez se deva a esta circunstância o facto da Cornell ser a Universidade que conta maior número de antigos alunos entre actuais professores universitários dos Estados Unidos.

Dentro da cerca da Universidade, ou nas suas imediações, mas sempre na sua dependência, encontram-se edifícios onde o aluno pode habitar, tomar as suas refeições, praticar todos os desportos, enviar telegramas, fazer pequenas compras, cobrar cheques, etc. O aluno apenas desce à cidade para se divertir ou efectuar compras de maior importância.

A Associação dos estudantes é extremamente activa. Ela promove festas das mais variadas naturezas, conferências, passeios, concertos, debates públicos de assuntos que interessam os alunos, etc. No seu edifício existem dois grandes restaurantes, um salão de festas, um teatro, várias salas de jogos, duas salas de música e uma agradável biblioteca com milhares de volumes versando assuntos de arte, viagens, literatura, etc. Nesta biblioteca, onde se recebem as melhores revistas de actualidades de todo o mundo, é expressamente proibida a entrada de livros de estudo, mesmo quando pertencentes aos alunos.

Instalada num dos melhores edifícios da Universidade encontra-se a biblioteca central, destinada exclusivamente a livros de estudo e frequentada livremente por alunos de todas as faculdades. Nessa biblioteca, e nas suas delegações nas várias faculdades, recebem-se mais de cinco mil periódicos e existe para cima de um milhão de livros encadernados!

Por as faculdades constituirem no seu conjunto um todo único, é permitido aos alunos matriculados numa delas frequentar também as aulas em qualquer das outras faculdades. Os alunos de engenharia podem, e muitos o fazem, estudar a protecção de patentes na faculdade de direito, urbanismo no colégio de arquitectura, assim como finanças, política, organização industrial, oratória, relações entre operários e empresas, evolução de mercados, etc., nas faculdades onde são ministrados estes conhecimentos.

Nas aulas em faculdades estranhas, na associação dos estudantes, durante as manifestações desportivas e em muitas outras ocasiões, o aluno encontra oportunidade para estabelecer contacto com estudantes de outras terras, com diversas preparações e diversos modos de encarar e resolver problemas. Destes contactos resultam conversas e discussões que muito esclarecem o aluno sobre o mundo exterior.

9 — Duração dos cursos

Os cursos são mais curtos do que no Técnico: cinco anos em vez de seis. Durante a guerra chegaram mesmo a ser reduzidos para quatro. Não houve nisso grande inconveniente por o ensino ser muito mais intenso e menos especializado.

É elevado o número de alunos que se demora na Universidade, por mais um a três anos, na qualidade de *graduate student,* a trabalhar para o título de *master of science* ou para o doutoramento.

Muitos destes *graduate students* são engenheiros já com alguns anos de prática, que procuram actualizar os seus conhecimentos e destacar-se nos meios técnicos e científicos.

10 — Como trabalham os professores

Os professores da Cornell, aliás como os da maioria das universidades americanas, dedicam-se exclusivamente ao ensino e à investigação. Durante a estadia do autor em Cornell foi atribuído a um dos professores o prémio Nobel da Física.

O número de horas de aula por semana da maioria dos professores regula por 12, incluindo as aulas práticas. Embora este número pareça reduzido, dado que os professores se dedicam exclusivamente ao ensino, o facto é que lhes basta para encher todo o seu tempo, a preparar lições, atender alunos nos seus gabinetes, rever problemas passados na aula, estudar novos programas, etc.

Todos os anos se procede a ajustamentos na distribuição dos professores pelas variadas cadeiras, com o objectivo de colocar em cada lugar quem melhor o possa desempenhar. Isto, claro está, obriga os professores a um maior trabalho com a preparação das aulas.

Ninguém se sente ofendido quando a sua cadeira é entregue a um recemchegado capaz de melhor a ensinar. As mudanças, por obrigarem o professor a um estudo contínuo, levam-no a manter o ensino sempre actualizado.

A maioria dos professores da Cornell inicia a aula teórica pela chamada dos alunos e recolha de problemas que acaso tenha passado na aula anterior. Em seguida interroga os alunos sobre as últimas aulas e depois expõe a nova lição, após a qual, até final, dá aos alunos os esclarecimentos que estes, em frente da classe, nunca deixam de solicitar.

Na Cornell o ensino é ministrado apenas por professores, auxiliados nalgumas poucas cadeiras por instrutores. O papel destes instrutores é muito reduzido e limitado, apenas, às cadeiras de iniciação, com grande população escolar. No caso da engenharia civil julgamos

que só para as aulas práticas de matemática, física, mecânica e topografia são empregados instrutores.

Os professores têm quase sempre a seu cargo simultâneamente a aula teórica e a aula prática. Quando o número de alunos matriculados é elevado, o curso é dividido em turmas atribuídas a professores diferentes. Cada professor dá simultâneamente aulas teóricas e práticas à sua turma. As vantagens deste sistema são evidentes.

No I. S. T. o corpo docente encontra-se dividido em professores e assistentes. Os primeiros dão aulas teóricas raramente assistindo às aulas práticas. Os segundos dão aulas práticas e nunca frequentam as teóricas.

Dado que na maioria das cadeiras o ensino é ministrado simultâneamente, mas separadamente, em aulas teóricas e práticas, o funcionamento deste sistema é, nem podia deixar de ser, deficiente.

Na Universidade de Cornell os professores encontram-se divididos em categorias designadas por: *professor, associate professor* e *assistant professor*. Estas categorias pouco ou nada afectam o modo como trabalham, e apenas servem para diferenciar vencimentos; não nos deteremos, por isso, no seu estudo. O lugar de assistente, tal como é desempenhado no I. S. T., não existe na Universidade de Cornell.

11 — Como trabalham os alunos

Os alunos da Cornell, apesar de não terem normalmente mais do que 20 horas de aula por semana, puxam mais por si, e aprendem mais, do que os alunos do I. S. T. Na nossa escola os alunos chegam a ter mais de quarenta horas de aula marcadas no horário!

O tempo restante é utilizado pelo aluno da Cornell para estudar diàriamente as lições, resolver problemas passados na aula, preparar-se para exercícios escritos, tomar parte nas variadas actividades desportivas e, nos últimos anos do curso, colaborar em trabalhos de investigação.

Muitos alunos, para se manterem durante os anos do curso, empregam-se, dentro ou fora da Universidade, nos mais variados misteres. Bibliotecas, restaurantes, vestiários, lavandarias, lojas, etc., dentro e nas vizinhanças da Universidade, são normalmente servidos por alunos. O facto de um aluno trabalhar para se sustentar só lhe dá prestígio. Muitos chegam mesmo a fazê-lo sem disso sentirem grande necessidade; apenas para manter o automóvel ou qualquer extravagância. O tipo de trabalho e o número de horas remuneradas que o aluno é autorizado a prestar estão regulamentados pela Universidade.

É interessante notar que, devido à grande democratização de costumes nos Estados Unidos, a natureza do trabalho executado pelo aluno pouco afecta o seu prestígio. Na faculdade de engenharia conhecíamos alunos que varriam o chão do laboratório da Mecânica dos Solos e que, a outras horas do dia, estudavam, em comum, com a maior naturalidade, com colegas a quem a Universidade tinha nomeado instrutores.

Algumas faculdades exigem que durante as férias os alunos se empreguem em dados tipos remunerados de actividade, de algum modo considerados como tirocínios. A remuneração é, para a Universidade, a garantia de que o estudante será realmente obrigado a trabalhar.

12 — Relações entre professores e alunos

As relações existentes entre professores e alunos da Cornell são muito diferentes daquelas que se verificam nas nossas escolas. Elas são caracterizadas por grande à-vontade, consideração, franqueza e ausência absoluta de formalismo.

As primeiras impressões de um estrangeiro perante o à-vontade dos estudantes americanos não podem ser favoráveis. Durante a aula o aluno procura as posições mais cómodas, em particular para os pés, boceja, chega a espreguiçar-se e interrompe com frequência a lição, levantando um braço, para declarar que não percebe a exposição.

Qualquer má impressão desaparece, porém, perante as vantagens da franqueza das relações entre professores e alunos e a verdadeira consideração que estes manifestam por aqueles. Os professores, por seu lado, não pretendem aparentar mais do que sabem. É com a maior naturalidade que, uma vez por outra, ao responder na aula a um aluno que lhe pediu um esclarecimento, o professor declara que não sabe e que vai estudar o assunto para a aula seguinte. A exposição feita na aula tem sempre por único objectivo esclarecer os alunos e não o servir de pretexto à exibição da ciência do professor.

Os alunos apenas mostram respeito pelos professores quando ele existe de facto. Dado o cuidado posto no recrutamento do pessoal docente, na Universidade de Cornell, esse respeito existe quase sempre.

A frequência com que os alunos procuram os professores nos seus gabinetes, por iniciativa própria, quer para lhes pedirem esclarecimentos sobre as lições, quer para lhes pedirem conselhos particulares, é uma manifestação desse respeito.

À lealdade das relações entre professores e alunos julgamos poder atribuir, em parte, o facto de se não copiar nos exames. Na faculdade de engenharia tinha sido até adoptado para os exames o regime conhecido por *honour system*. Consiste este regime em alguns alunos tomarem a responsabilidade do comportamento dos colegas e o professor abandonar a sala depois de passados os pontos de exame. O sistema funcionava a contento geral e falava-se em o adoptar nas outras faculdades.

Os professores convidam para sua casa, com certa frequência, os alunos, especialmente os dos últimos anos do curso. Nestas reuniões, nada cerimoniosas, professores e alunos conversam com o maior dos à-vontades sobre os mais variados assuntos. Os alunos ficam a saber que os professores são homens que deles apenas se distinguem por possuirem mais conhecimentos e maior experiência da vida. Os professores têm ocasião de conhecer os interesses e as necessidades dos alunos e de ganhar a sua confiança.

Para a estreiteza de relações entre professores e alunos contribui ainda a existência de conselheiros expressamente nomeados para atender alunos e resolver os seus problemas pessoais, mesmo quando alheios ao estudo, tais como os relativos a finanças, saúde e emprego.

13 — Actividade religiosa

Por as universidades americanas terem como objectivo a educação de homens, e não apenas a instrução de técnicos, é dada grande importância às actividades religiosa e política. Tanto uma como outra são caracterizadas por grande liberdade de discussão e respeito pelas convicções alheias.

Na Universidade de Cornnell existe, além de uma igreja anglicana, um grande edifício dedicado exclusivamente a actividades religiosas. Num dos seus andares encontram-se, lado a lado, gabinetes onde ministros dos mais variados credos religiosos atendem alunos.

Os alunos são absolutamente livres de seguirem, ou não, um credo religioso, e de assistirem, ou não, às cerimónias da sua religião.

Na Universidade de Denver, tivemos, mais tarde, ocasião de assistir a uma das cerimónias de encerramento do ano em que são anunciadas as formaturas. Nessa cerimónia, presidida pelo reitor da Universidade e na presença do corpo docente, escutamos a exor-

tação de um pastor protestante, ouvimos uma oração de sapiência por um padre católico e fomos abençoados por um rabi judáico. Tudo isto no espaço de duas horas e fazendo parte de um mesmo programa.

14 — Actividade política

É uma atitude de estudioso, a do estudante da Cornell, perante a política. Discute ideias políticas com a calma e seriedade com que pode discutir uma classificação de ciências.

Existe em Cornell um agrupamento político, sem filiação partidária, que promove reuniões para a discussão pública de ideias e de programas políticos. Nessas reuniões são quase sempre apresentadas duas equipas defendendo ideias opostas e cujos componentes falam alternadamente. Depois de todos os oradores terem apresentado os seus pontos de vista, e respondido às objecções da equipa oposta, a assistência é convidada a apresentar as suas observações e a fazer preguntas aos oradores. Impressionou-nos nessas reuniões, especialmente, a boa educação da assistência.

MISTURA

PELO ENG. QUÍMICO-INDUSTRIAL LUÍS A. DE ALMEIDA ALVES
Assistente do I. S. T.

C. D. 66

Introdução

Como foi dito no artigo geral sobre «Moagem, Mistura e Separação», a condição prévia a que devem satisfazer as substâncias a misturar consiste numa subdivisão tão completa quanto possível, a fim de poderem dar origem a uma mistura perfeita. Esta subdivisão, no caso dos sólidos, efectua-se por moagem e, no caso dos líquidos e gases por agitação ou pulverização ([1]).

CAPITULO I

MISTURA DE SÓLIDOS ENTRE SI

a) *Generalidades*

Consideremos duas substâncias a misturar de volumes v_1 e v_2, de granulometria 1, as quais tomarão, sobre o solo, a forma aproximada de troncos de cone (fig. 1), em

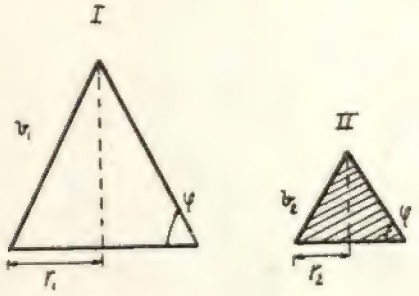


Fig. 1

que se admite que o ângulo de talude natural é o mesmo para ambas.

A primeira fase da mistura consiste em lançar o cone I sobre o cone II, obtendo-se, assim, um cone de volume $v_1 + v_2$ (fig 2).

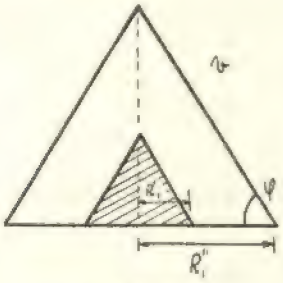


Fig. 2

Admitamos, agora, que é possível subdividir o cone obtido em dois de volume $\frac{v}{2}$ (fig. 3).

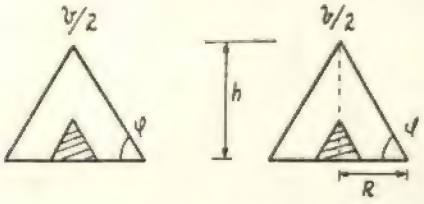


Fig. 3

Lançando um destes cones sobre o outro, obtém-se o cone da fig. 4.

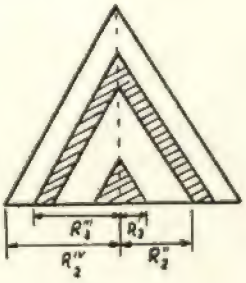


Fig. 4

Teòricamente, esta operação podia prosseguir indefinidamente, e a mistura ficaria

([1]) A agitação não dá, pròpriamente, origem a uma subdivisão, mas a um movimento dos componentes da mistura, que conduz ao mesmo resultado.

completa quando a espessura da camada mais espessa fosse igual a l. O problema consiste em determinar o número de operações necessário para atingir essa espessura.

Do exame da figura 2, conclui-se que

$$v_2 = \frac{1}{3}\pi R_1'^2 \cdot R_1' \operatorname{tg}\varphi$$

ou

$$R_1' = \sqrt[3]{\frac{3\,v_2}{\pi \operatorname{tg}\varphi}} = K\sqrt[3]{v_2}\ ,$$

representando $\sqrt[3]{\frac{3}{\pi \operatorname{tg}\varphi}}$ por K; pela mesma razão, será

$$R_1'' = K\sqrt[3]{v}\ .$$

Estendendo o mesmo raciocínio à fig. 4, ter-se-á

$$R_2' = K\sqrt[3]{\frac{v_2}{2}}$$

$$R_2'' = K\sqrt[3]{\frac{v}{2}}$$

$$R_2''' = K\sqrt[3]{\frac{v_2 + v}{2}}$$

$$R_2^{IV} = K\sqrt[3]{v}$$

Efectuando, agora, uma terceira operação de mistura, obter-se-ão $2^3 = 8$ camadas, cujos raios sucessivos serão

$$R_3' = K\sqrt[3]{\frac{v_2}{2^2}}$$

$$R_3'' = K\sqrt[3]{\frac{v}{2^2}}$$

$$R_3''' = K\sqrt[3]{\frac{v_2 + v}{2^2}}$$

. . . . . .

No fim de m operações, ter-se-á

$$R_m' = K\sqrt[3]{\frac{v_2}{2^{m-1}}}$$

$$R_m'' = K\sqrt[3]{\frac{v}{2^{m-1}}}$$

$$R_m''' = K\sqrt[3]{\frac{v_2 + v}{2^{m-1}}}$$

. . . . . .

Da análise da figura 4, conclui-se que a espessura máxima das camadas será $2\,R_2'$ ou $R_2'' - R_2'$. Do mesmo modo, no fim de m operações a espessura máxima será, necessàriamente, $2\,R_m'$ ou $R_m'' - R_m'$. O valor de m será determinado, portanto, de modo que o maior destes valores seja igual a l, isto é,

$$\begin{cases} 2\,R_m' = 2\,K\sqrt[3]{\frac{v_2}{2^{m-1}}} = \dfrac{2\,K\sqrt[3]{v_2}}{2^{\frac{m-1}{3}}} = l \\[2ex] R_m'' - R_m' = K\left(\sqrt[3]{\frac{v}{2^{m-1}}} - \sqrt[3]{\frac{v_2}{2^{m-1}}}\right) = \\[2ex] \quad = \dfrac{K}{2^{\frac{m-1}{3}}}\left(\sqrt[3]{v} - \sqrt[3]{v_2}\right) = l\ . \end{cases}$$

Será, portanto,

$$\begin{cases} 2^{\frac{m-1}{3}} = \dfrac{2\,K\sqrt[3]{v_2}}{l} \\[2ex] 2^{\frac{m-1}{3}} = K\dfrac{\left(\sqrt[3]{v} - \sqrt[3]{v_2}\right)}{l} \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} m = \dfrac{3\log\left(\dfrac{2\,K\sqrt[3]{v_2}}{l}\right)}{\log 2} + 1 \\[2ex] m = \dfrac{3\log\dfrac{K\left(\sqrt[3]{v} - \sqrt[3]{v_2}\right)}{l}}{\log 2} + 1 \end{cases}$$

Utilizando o maior valor de m dado por estas expressões, pode determinar-se a potência a instalar. Com efeito, o trabalho de cada fase da mistura consiste em elevar um cone de volume $\frac{v}{2}$ à altura h correspondente a esse volume.

Sociedades Reunidas de Fabricações Metálicas, Ld.ª

CONSTRUÇÕES METÁLICAS

Uma das 2 comportas de segmentos fabricadas para a Sociedade Portuguesa Neyret-Beylier & Piccard-Pictet, Ld.ª, e destinada ao descarregador de cheias da barragem de Santa Luzia, da Companhia Eléctrica das Beiras

FÁBRICAS DA VENDA NOVA

Rua Vice-Almirante João António de Azevedo Coutinho

AMADORA

Telefone: VENDA NOVA 48

AUTOMÁTICA ELÉCTRICA PORTUGUESA

S. A. R. L.

Séde — RUA ANTÓNIO MARIA CARDOSO, 60
Fábrica — RUA DO TELHAL AOS OLIVAIS } LISBOA

associada da

AUTOMATIC TELEPHONE & ELECTRIC C° LTD.

LONDRES **LIVERPOOL**

Sistema de Telecomunicação e de Sinalização por correntes fracas

Aparelhagem telefónica automática «STROWGER» mundialmente conhecida — para grupos de redes completos ou centrais isoladas. ◆ Telefones de sistema manual e aparelhagem das respectivas estações. ◆ Sistema de transmissão telefónica por «alta frequência», simples ou múltiplos, e aparelhagem acessória. ◆ Cabos telefónicos e aparelhagem acessória — Interurbanos. Regionais e locais. ◆ Instalações de vigilância e contrôle a distância. ◆ Telefones e sinalização para minas. ◆ Aparelhos «ELECTROMATIC» reguladores de tráfego de veículos e outra aparelhagem.

Fornecedores: Da *Administração Geral dos Correios, Telégrafos e Telefones:* para a automatização do sistema telefónico do País.

Do *Ministério das Colónias:* para a automatização do sistema telefónico das cidades de Luanda, Lourenço Marques, e Beira.

Da *Companhia dos Telefones:* para a rede telefónica das cidades de Lisboa e Porto.

Sendo γ o peso específico médio da mistura a granel e utilizando as notações da figura 3, ter-se-á,

$$h = R\,tg\varphi = K\sqrt[3]{\frac{v}{2}}\,tg\varphi$$

e

$$\tau = m\,\gamma\,\frac{v}{2}\,K\,tg\varphi\sqrt[3]{\frac{v}{2}} \sim 0{,}4\,m\,tg\varphi\,\gamma\,v\,\sqrt[3]{v}$$

Suponhamos, agora, que a mistura dos volumes v_1 e v_2 se efectuava, misturando, separadamente, fracções desses volumes v_1' e v_2', tais que $v_1' = \alpha v_1$ e $v_2' = \alpha v_2$. Nestas condições o trabalho de mistura de cada uma dessas fracções seria

$$\tau_1 = 0{,}4\,m'\,K\,tg\varphi\,\gamma\,v'\,\sqrt[3]{v'}$$

e o trabalho total para efectuar a mistura de todas as fracções

$$\tau' = \frac{1}{\alpha}\,.\,0{,}4\,m'\,K\,tg\varphi\;v'\,\sqrt[3]{v'}$$

A relação dos trabalhos τ e τ' será

$$\frac{\tau}{\tau'} = \alpha\,.\,\frac{m}{m'}\,.\,\frac{v}{v'}\,.\left(\frac{v}{v'}\right)^{\frac{1}{3}} = \alpha\,.\,\frac{m}{m'}\,.\,\frac{1}{\alpha}\,.\left(\frac{1}{\alpha}\right)^{\frac{1}{3}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt[3]{\alpha}}\,.\,\frac{m}{m'}$$

Mas $\alpha < 1$ e $\frac{m}{m'} > 1$ e, portanto, $\tau > \tau'$. Como consequência, pode concluir-se que o trabalho de mistura é tanto maior quanto maiores forem os volumes sobre os quais a mistura se efectue. Por outro lado, porém, o número de operações de mistura m é uma função logarítmica dos volumes e, portanto, m aumenta mais lentamente do que estes; pode concluir-se, por consequência, que a mistura duma dada quantidade de substância se efectua tanto mais ràpidamente quanto maiores os volumes que se misturarem.

Desta dupla ordem de factos, se pode estabelecer que, na prática, a mistura se pode efectuar em pequenas ou grandes quantidades, consoante a velocidade com que tiver de efectuar-se, embora, no primeiro caso a energia consumida seja menor. Ao primeiro tipo, pertencerão, como é lógico, os misturadores contínuos e ao segundo os descontínuos.

b) *Misturadores contínuos*

Consistem numa caixa cilíndrica em cujo interior há um órgão móvel que efectua a mistura e, simultâneamente, imprime às substâncias a misturar um movimento num dado sentido. Este objectivo consegue-se com um parafuso sem fim, sendo a alimentação da caixa feita com um doseador (1).

Aplicando as expressões utilizadas no caso dos transportadores de parafuso (ver «Transporte Mecânico de Sólidos nas Instalações Industriais»), ter-se-á

$$n = 40 + \frac{65}{\sqrt{\frac{P}{\gamma}}}\,,$$

$$D = 0{,}32\sqrt[3]{\frac{P}{\xi\,E\,\gamma\,n}}\,,$$

$$p = \xi D\,,$$

sendo P a quantidade de mistura a obter por hora.

Para calcular a potência utiliza-se a expressão dos transportadores de parafuso

$$N = \frac{PL}{270.000}\left(\operatorname{sen}\alpha + \mu_1\cos\alpha\right)\left(1 + \mu_2\,\frac{0{,}75\,\pi D}{p}\right)\left(1 + f_2\right) +$$

$$+ \frac{\pi\,f_1\,P_1\,L_1\,nd}{4500}$$

O valor de L determina-se admitindo, grosseiramente, que em cada rotação se efectua uma operação de mistura, isto é

$$L = mp$$

---

(1) Para a descrição de doseadores ver, por exemplo, «Las Operaciones y los Aparatos Químicos», de J. Gonzalez del Tánago, tomo II, pág. 195. Deve notar-se que os tipos descritos são volumétricos, mas há, também, tipos ponderais como, por exemplo, o «Schaffer Poidometer», que é constituído por um pequeno transportador de correia ligado a uma balança e que automàticamente regula a secção de alimentação quando há variação no peso específico da substância a dosear.

O valor de m determina-se em função de v e de v_2, tomando para v o volume total contido na caixa e v_2 o volume do segundo componente que corresponde ao volume v da mistura. Será, portanto,

$$v = \frac{\pi D^2}{4} E L$$

Esta expressão mostra que tem de se arbitrar um valor para L e verificar se satisfez à relação $L = mp$.

Se o valor de L é muito grande, pode subdividir-se o misturador em vários situados a níveis diferentes no mesmo plano vertical, fazendo-se a entrada pela parte superior.

c) *Transportadores descontínuos*

São constituídos por uma caixa com movimento de rotação em torno de um eixo e que, em geral, tem a forma cilíndrica ou tronco-cónica (fig. 5).

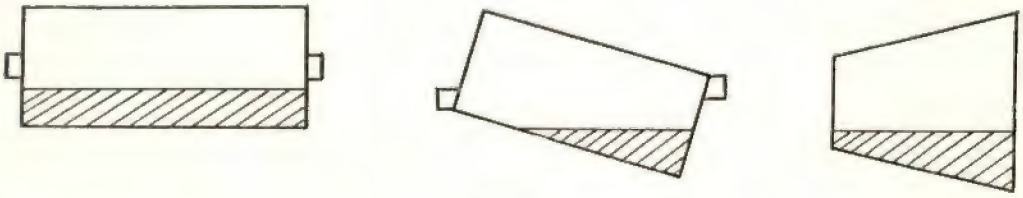


Fig. 5

No movimento de rotação, o atrito entre a substância e a parede dá origem a um arrastamento da substância que cai quando atinge uma certa altura (fig. 6).

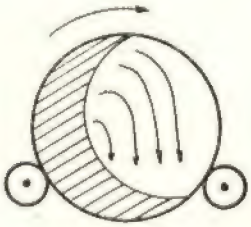


Fig. 6

A fim de evitar que a substância permaneça aderente às paredes devido à força centrífuga, o número de rotações não deve exceder o valor [1]

$$n = \frac{25}{\sqrt{D}} \text{ a } \frac{35}{\sqrt{D}}$$

Para determinar as dimensões, pode admitir-se, como no caso dos misturadores contínuos que, por cada rotação, se efectua uma operação de mistura. Nestas condições, o número de segundos necessários para a mistura completa será

$$t = \frac{m}{\frac{n}{60}} = \frac{60\ m}{n}$$

Sendo P a quantidade de mistura a obter por hora, é necessário que no tempo t se misture o peso

$$p = \frac{P}{3600} \cdot \frac{60\,m}{n} = \frac{P\,m}{60\,n}$$

Mas, como é preciso contar com o tempo necessário para a carga e descarga, o valor de t deve ter um valor triplo do valor achado e, portanto, o volume do misturador terá de ser

$$V = \frac{1}{E} \cdot \frac{P\,m}{20\,n\gamma} ,$$

sendo E o grau de enchimento que pode tomar o valor usado para os tubos transportadores.

As dimensões devem ser tais que o comprimento do misturador L, seja

$$L = D \text{ a } 3\ D$$

[1] Ver os artigos «Transporte Mecânico de Sólidos nas Instalações Industriais» e «Moagem», publicados na «Técnica» nos n.os 167 e 180.

O volume v será, evidentemente,

$$v = E\ V$$

Para fazer o cálculo terão de se arbitrar os valores de D e L, determinar, a partir deles, n, V, v e m e verificar se satisfazem à relação

$$V = \frac{1}{E} \cdot \frac{P\ m}{20\ n\gamma}$$

A potência a instalar será

$$N = \frac{\tau}{75\ t} = \frac{0{,}4\ n\ K\ tg\ \varphi\ \gamma\ v \sqrt[3]{v}}{60.75}\ (^1)$$

Como no caso da moagem, a potência real será superior a este valor teórico, isto é

$$N_1 = \frac{N}{k}$$

A potência do motor será, também,

$$N = \frac{N_1}{\eta} = \frac{N}{k\eta},$$

sendo

$$k = 0{,}25 \text{ a } 0{,}5 \text{ e } \eta = 0{,}7 \text{ a } 0{,}9$$

A descrição dos diferentes tipos de misturadores pode ver-se em qualquer livro sobre o assunto.

CAPÍTULO II

MISTURA DE LÍQUIDOS ENTRE SI

A mistura de líquidos efectua-se por agitação que pode ser mecânica ou por ar comprimido, mas cujo objectivo é sempre a criação de correntes na massa líquida.

a) *Agitação mecânica*

1 — *Generalidades*

A agitação mecânica consiste em comunicar um movimento de rotação a uma certa porção do líquido. Se essa porção estivesse dentro de um recipiente tomava a forma de um parabolóide de revolução de equação $z = \frac{\omega^2}{2g} r^2$, (1) e, portanto, considerando-a no meio da massa total, tomaria, também, a mesma forma, se não existisse o restante líquido (fig. 7).

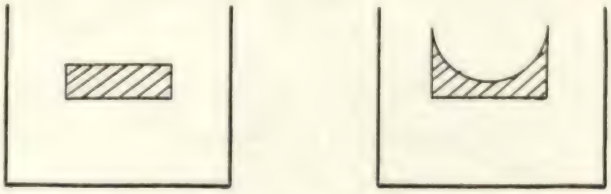


Fig. 7

Mas é evidente que há duas razões que impedem a formação do parabolóide. Em primeiro lugar, a força centrífuga impele a parte isolada para a periferia e, em segundo lugar, a camada de líquido situada acima tende a vir ocupar o espaço que ficou livre. Estabelece-se, assim, um movimento, em que as linhas de corrente têm, sensìvelmente, o andamento da fig. 8.

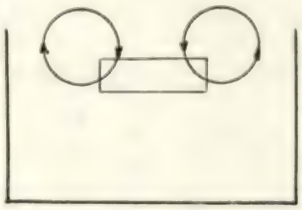


Fig. 8

O problema da mistura dos líquidos põe-se de maneira diferente do caso dos sólidos porque, uma vez produzida a perturbação, a mistura efectua-se ràpidamente, não tendo interesse portanto, fazer o cálculo da potência necessária para uma dada capacidade. O que interessa é ter uma agitação permanente num dado volume de líquido e, para isso, há que calcular a energia consumida no movimento do agitador.

(1) Nesta expressão t é o tempo necessário, exclusivamente, para a mistura.

(1) Para verificar esta equação, basta aplicar as equações da hidrostática a um campo de forças de componentes $X = \omega^2 r$, $Y = 0$ e $Z = mg$. Não se resolve, aqui, no entanto, por ser clássico.

O caso mais vulgar consiste em duas pás quadrangulares (flat paddles) situadas no prolongamento uma da outra e inseridas num veio que pode ser vertical, horizontal ou oblíquo mas que vamos considerar como vertical (fig. 9).

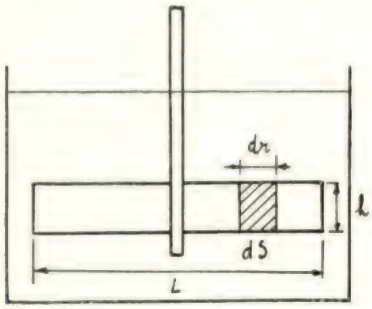


Fig. 9

2 — *Resistência ao movimento*

O problema da resistência de um fluido ao movimento de um sólido é, em linhas gerais, equivalente ao problema da resistência de um sólido ao movimento de um fluido e, por isso, é natural que a resistência d F paralela à direcção do movimento se possa exprimir por uma expressão semelhante a uma perda de força de pressão.

Como vimos no «Transporte de Líquidos», a perda de pressão é da forma

$$\Delta p = \gamma . f(N) . \frac{U^2}{2g} ,$$

e, portanto

$$dF = \gamma . f(N) \frac{U^2}{2g} dS = \frac{\rho U^2 f(N) dS}{2} ,$$

que é a expressão geral da resistência do movimento de um sólido através de um fluido, sendo N, como se sabe, o número de Reynolds.

1 — *Potência a instalar*

A potência elementar dN_1 será

$$dN_1 = U\, dF = \frac{\rho U^3 f(N)\, dS}{2}$$

sendo

$$U = \omega r = \frac{\pi n r}{30} ,$$

$f(N) = k\, N^{-0,15}$ (valor aconselhado pela experiência)

e

$$dS = h dr = k_1 L\, dr ,$$

exprimindo h como proporcional ao comprimento L total das duas pás.

A potência total será, portanto

$$N_1 = 2 \frac{\pi^3 n^3 \rho k_1 L}{54000} \int_0^{\frac{L}{2}} k N^{-0,15} r^3\, dr$$

A expressão do número de Reynolds é modificada de modo a adaptar-se ao caso da mistura, dando-se-lhe a forma

$$N = \frac{\rho L^2 n}{\mu} \text{ (1)}$$

Portanto

$$N^{-0,15} = \frac{\mu^{0,15}}{\rho^{0,15} L^{0,30} n^{0,15}}$$

A potência será, finalmente,

$$\frac{2\pi^3 k k_1 \rho^{0,85} n^{2,85} L^{0,70} \mu^{0,15}}{54000} \int_0^{\frac{L}{2}} r^3\, dr =$$

$$= \alpha \rho^{0,85} n^{2,85} \mu^{0,15} L^{4,70} ,$$

sendo

$$\alpha = \frac{2 \pi^3 k k_1}{54000 . 64}$$

Esta expressão é geral para qualquer tipo de agitador, mas é evidente que a potência necessária é função, também, do diâmetro do tanque D, da altura do líquido H e da relação $k_1 = \frac{h}{L}$. As correcções a introduzir na fórmula, para entrar em consideração com estas grandezas, foram estabelecidas experimentalmente, obtendo-se finalmente a fórmula de aplicação prática

$$N_1 = \alpha \rho^{0,85} n^{2,85} \mu^{0,15} L^{4,70} \left(\frac{D}{L}\right)^{1,1} \left(\frac{H}{D}\right)^{0,6} \left(\frac{h}{L}\right)^{0,3}$$

Há vantagem em fazer o cálculo em unidades c. g. s., porque é mais cómodo para os valores de ρ e μ. Neste sistema de unidades podem tomar-se os valores de α do quadro I, obtendo-se o resultado em cavalos-vapor.

(1) É costume dar ao número de Reynolds com esta forma, o nome de número de Reynolds modificado.

QUADRO I

Número de pás	α
2	2×10^{-15}
4	$2{,}5 \times 10^{-15}$

A potência do motor será $N_m = \frac{N_1}{\eta}$, dando-se a η um valor baixo (0,5 a 0,7) a fim de ter em linha de conta os atritos nas transmissões.

4 — *Número de rotações do agitador*

Suponhamos que a pá do agitador tem altura suficiente para comunicar movimento de rotação a toda a massa do líquido. Para que a agitação seja perfeita, o parabolóide ideal que se obteria deveria ter o vértice no fundo (fig. 10).

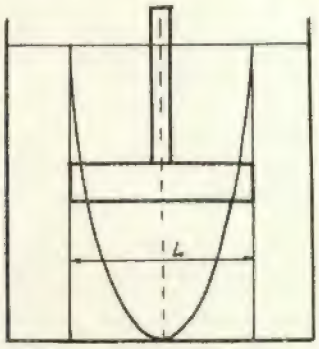


Fig. 10

Quer dizer, portanto, que a velocidade angular deve ser tal que para $z = H$ seja

$$r = \frac{L}{2}$$

Ter-se-á pois

$$H = \frac{\omega^2}{2g} \frac{L^2}{4}$$

ou

$$\omega = \frac{2\sqrt{2gH}}{L}$$

e

$$n = \frac{30\,\omega}{\pi} = \frac{60\sqrt{2gH}}{\pi L}$$

Se, em vez de haver uma única pá, houver pás a várias alturas e de diâmetros diferentes é preciso que cada uma provoque a mistura de uma certa camada (fig. 11).

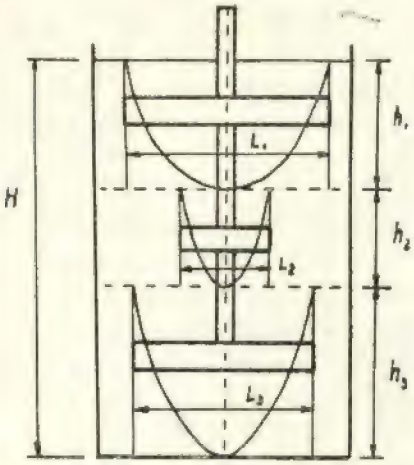


Fig. 11

Como a velocidade angular é a mesma para as três pás será

$$\omega = \frac{2\sqrt{2g\,h_1}}{L_1} = \frac{2\sqrt{2g\,h_2}}{L_2} = \frac{2\sqrt{2g\,h_3}}{L_3}$$

sendo

$$h_1 + h_2 + h_3 = H$$

Destas relações tira-se

$$\frac{h_1}{L_1^2} = \frac{h_2}{L_2^2} = \frac{h_3}{L_3^2} = \frac{H}{L_1^2 + L_2^2 + L_3^2}$$

Portanto

$$h_1 = H\,\frac{L_1^2}{L_1^2 + L_2^2 + L_3^2}$$

$$h_2 = H\,\frac{L_2^2}{L_1^2 + L_2^2 + L_3^2}$$

$$h_3 = H\,\frac{L_3^2}{L_1^2 + L_2^2 + L_3^2}$$

O valor de ω determina-se pelo valor comum das fracções.

Se o agitador tiver m pás será

$$h_i = H\,\frac{L_i^2}{\Sigma L_i^2}$$

e

$$\omega = \frac{2\sqrt{2g\,h_i}}{L_i}$$

5 — *Comprimento, altura e espessura das pás*

Na expressão de N_1 deduzida anteriormente, verifica-se que a potência varia na razão directa de $n^{2,85}$ e de $L^{4,70}$, e, por outro lado, mostra-se que, para obter os mesmos resultados n varia na razão inversa de L $\left(n = \frac{60\sqrt{2g\,H}}{\pi\,L}\right)$. Conclui-se, portanto, que a agitação é mais económica utilizando pás curtas a grande velocidade do que pás compridas com movimento lento; por isso, estas só se usam quando por qualquer motivo se pretende uma agitação lenta e uniforme.

No primeiro caso, $L \sim 0,25$ a $0,3\,D$ e, no segundo $L \sim 0,9\,D$.

O valor de $k_1 = \frac{h}{L}$ varia entre $k_1 = 0,05$ a 0,1.

A espessura das pás que são encastradas no veio é calculada a partir da resistência à flexão. O momento flector máximo será

$$M_{máx.} = \int_0^{\frac{L}{2}} r\,d\,F = \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{\rho\,U\,r\,f(N)\,d\,S}{2}$$

Utilizando as expressões anteriores e atendendo a que

$$r = \frac{30\,U}{\pi\,n},$$

será

$$M_{máx} = \frac{30}{\pi\,n}\,N_1\left(C\,V\ \text{seg}\right) = \frac{2250}{\pi\,n}\,N_1\ (\text{Kgm})$$

6 — *Outros tipos de agitadores mecânicos*

Os mais usados são os seguintes:

I — *Agitadores de hélice (propellers)*

São agitadores de pás curtas que em vez de serem planas têm a forma de hélice.

Neste caso, a única correcção a fazer à fórmula geral é a devida a D, obtendo-se, experimentalmente, a expressão

$$N_1 = \alpha\,\rho^{0,85}\,n^{2,85}\,\mu^{0,15}\,L^{4,70}\left(\frac{D}{L}\right)^{0,93}$$

Para α pode tomar-se o valor $\alpha = 0,45 \times 10^{-15}$ para um agitador de 3 pás e fazer $L = 0,25$ a $0,3\,D$.

II — *Agitadores de parafuso sem fim*

São constituídos por um parafuso sem fim (fig. 12).

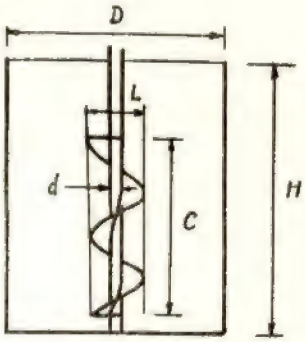


Fig. 12

Podem ser tratados considerando cada espira como um agitador de hélice. O problema é, portanto, equivalente a $\frac{c}{p}$ transportadores de hélice, sendo

$$c \sim H$$
$$L \sim 0,25 \text{ a } 0,3\,D$$
$$p = \xi\,L,$$

sendo $\xi = 0,7$ a $0,8$ [1]

III — *Agitadores de rótor*

São constituídos por um rótor situado na parte superior do líquido e que trabalha como se fosse uma bomba centrífuga, obrigando o líquido a circular (fig. 13).

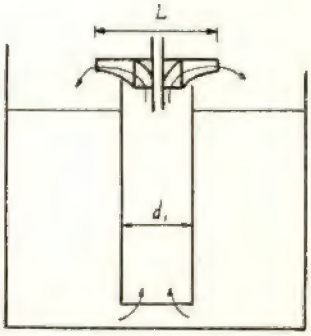


Fig. 13

Neste caso, pode ainda empregar-se a fórmula geral, mas não é possível entrar com as relações $\frac{D}{L}$, $\frac{H}{D}$ e $\frac{h}{L}$; utiliza-se,

[1] Ver transportadores de parafuso sem fim.

portanto, embora, com menos rigor, a fórmula

$$N_1 = \alpha \rho^{0,85} n^{2,85} \mu^{0,15} L^{4,70}$$

Os valores de α são dados no Quadro II

QUADRO II

Tipo de agitador	α
2 pás inclinadas a 45°	$2,5 \times 10^{-15}$
4 pás inclinadas a 45°	3×10^{-15}
3 pás curvas sem anel difusor	$2,5 \times 10^{-15}$
6 pás curvas com anel difusor	$8,5 \times 10^{-15}$

b) *Agitação por ar comprimido*

1 — *Por emulsor*

Faz-se por analogia com o caso anterior substituindo a bomba centrífuga por um emulsor (fig. 14).

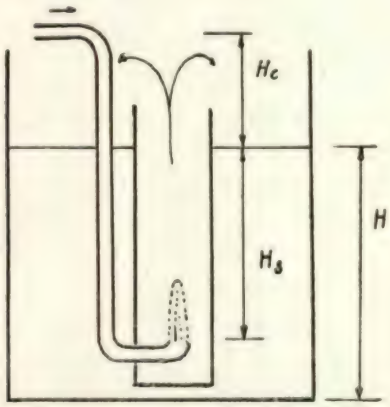


Fig. 14

O valor de He não se pode fixar porque convém que o líquido atinja a parte superior do tubo com uma certa pressão. Por isso o caminho mais indicado consiste em partir do valor da relação

$$s = \frac{He + Hs}{Hs},$$

que, como se sabe [1], para pequenas alturas é de 0,66.

[1] Ver «Transporte de Líquidos».

Tomando $s = 0,7$ porque He é inferior a 6^m, será

$$He = \frac{3}{7} Hs$$

sendo $Hs \sim H$.

Com estes valores calcula-se a quantidade de ar necessária pela expressão conhecida

$$Va = \frac{19,5\ He}{C \log_{10}(1 + 0,1\ Hs)} = \frac{0,0343\ H}{\log_{10}(1 + 0,1\ H)}$$

O diâmetro do tubo tem o valor de 3" a 6", como se indicou no artigo sobre «Transporte de líquidos». A partir do diâmetro escolhido, determina-se a quantidade de líquido a circular, de modo a não exceder, no tubo, uma velocidade superior a 2 ou 3 metros por segundo.

2 — *Por outros sistemas*

Consistem em fazer borbulhar ar comprimido (ou outro gás ou vapor), por meio de tubos perfurados, situados no interior do líquido.

Neste caso, é muito difícil estabelecer bases de raciocínio, pelo que, em primeira aproximação, se podem adoptar os valores achados para o emulsor.

CAPÍTULO III

MISTURA DE SÓLIDOS COM LÍQUIDOS

Neste caso, se o conjunto das duas fases puder ser considerado, aparentemente, como uma fase líquida, o problema resolve-se como no caso da mistura de líquidos entre si; se, porém, se trata de uma substância pastosa, o problema tem de ser resolvido de modo diferente, que consiste, fundamentalmente, em fazer mover a mistura por meio de navalhas ou pás, que podem ter formas variadas, como, por exemplo, se mostra na figura 15. Estes misturadores têm o nome de amassadores.

Para se ter uma base para calcular a potência, podem considerar-se as navalhas ou as pás como helicoidais e fazer o cálculo como se se tratasse de um parafuso sem fim, determinando o coeficiente de atrito da

pasta, experimentalmente. O número de rotações pode ser sensìvelmente igual ao dos sem-fins ou um pouco inferior.

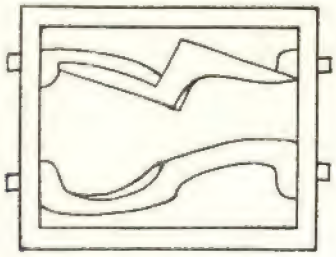


Fig. 15

CAPÍTULO IV

MISTURA DE GASES ENTRE SI

A mistura de gases pode efectuar-se, quer fazendo entrar no recipiente em que se efectua a mistura, o mais denso pela parte superior, ou fazendo entrar os dois gases, simultâneamente. Este problema é especialmente importante, na combustão de combustíveis gasosos, pelo que será tratado quando se estudar a combustão.

CAPÍTULO V

MISTURA DE LÍQUIDOS COM GASES

Pode obter-se por dois processos. Lançando o líquido finamente dividido, na massa gasosa ou fazendo borbulhar o gás na massa do líquido.

Em geral, o sistema mais usado é o primeiro, que pode ter duas variantes: lançando o líquido sob pressão ou arrastando-o por meio de um gás sob pressão.

No primeiro caso, que é o mais importante, a subdivisão pode conseguir-se fazendo passar o líquido através de orifícios finos ou por meio de um pequeno rótor que lança o líquido, finamente dividido, para a periferia. Este segundo sistema tem o nome de dispersão e utiliza-se especialmente quando a mistura se tem de fazer em câmaras de grande largura. Quando o rótor é do tipo do das bombas centrífugas, o aparelho de dispersão tem o nome de turbo-dispersor. O cálculo de um turbo-dispersor faz-se como se se tratasse de uma bomba centrífuga, sendo a pressão a necessária para vencer a resistência ao movimento através do gás.

CAPÍTULO VI

MISTURA DE SOLUÇÕES COLOIDAIS

Este caso pode ser considerado análogo ao dos líquidos, mas a agitação tem de ser muito mais enérgica. Não tratamos, porém, deste caso, com detalhe, porque sai fora dos objectivos deste artigo.

BIBLIOGRAFIA

(Referente aos artigos «Moagem» e «Mistura»)

«Elementos of Chemical Engineering», por Badger and Mc Cabe, edição da Mc Graw-Hill Book Company.

«Chemical Engineers' Handbook», por J. Perry and W. S. Calcott, edição da Mc Graw-Hill Book Company.

«Las Operaciones y los Aparatos Químicos», por J. Gonzalez del Tánago y Alegria, edição da Dossat.

Revista «Chemical Engineering Progress», Setembro de 1947.

Revista «Chemical Engineering», Setembro de 1947.

MÁRMORES

aos melhores preços

Em todas as aplicações

IIII

A MAIOR PRODUÇÃO DO PAÍS

IIII

Pedidos à

Sociedade dos Mármores de Portugal, L.da

Rua de S. Domingos de Benfica, 63

LISBOA

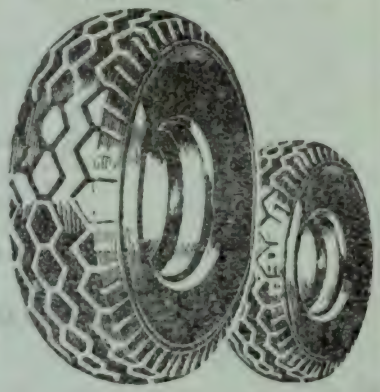
MABOR

Pneus e câmaras de ar

MABOR

Produção da

Manufactura Nacional de Borracha



O processo **Schori** evita por forma completa a corrosão do ferro e aço. Além de ser o método mais rápido de pulverização metálica é também o menos dispendioso.

Sem recorrer ao emprego de mão de obra especializada pode aplicar-se uma camada de zinco com a espessura de 0.076 mm à velocidade de 23 metros quadrados por hora.

Metais, borracha sintética, resinas sintéticas, ebonite e materiais termoplásticos de vários tipos podem ser aplicados pelo Processo **Schori** projectando-os sob a forma de pó sem fazer uso de dissolventes e produzindo uma camada homogénea.

Schori
METALLISING PROCESS L.TD

AGENTES:

António Pacheco Agostinho, L.da

RUA AUGUSTA, 75, 1.º D.

Telef. 2 5833 **LISBOA**

FERNANDO VASCO COSTA

TABELAS PARA O CÁLCULO DO BETÃO ARMADO

2.ª EDIÇÃO

Ampliada pelo autor e revista por CARLOS KRUS ABECASIS

Melhorias introduzidas nesta edição:

— Adaptação do texto e das tabelas às novas prescrições regulamentares.
— Verificação de todos os valores dos coeficientes das tabelas por processos independentes dos usados ao estabelecê-los.
— Um novo capítulo destinado à avaliação e à verificação rápida de secções de betão e de armaduras.
— Alargamento dos limites de muitas tabelas.
— Inclusão de 23 novas tabelas, mais 44 páginas e vários quadros e figuras.

A venda nas Livrarias e na TÉCNICA

PREÇO: **100$00** Desconto de 10 % aos assinantes da TÉCNICA

TOPOGRAFIA GERAL

PELO ENG.º CARVALHO XEREZ

CONTENDO FOTOGRAFIA
FOTOGRAMETRIA
ELEMENTOS DE GEODESIA
E ASTRONOMIA GEODESICA

Preço do 1.º volume, encadernado 150$00

Desconto de 10 % para assinantes

EDIÇÃO DA

TÉCNICA

Determinação de deslocamentos nas construções por métodos ópticos

PELO ENG.º CIVIL (I. S. T.) ANTÓNIO DE SOUSA COUTINHO

Bolseiro do I. A. C.

C. D. 624.058.3

(Continuação)

CAPÍTULO III

Medição de deslocamentos verticais

A) Métodos empregados

24. Princípio dos métodos utilizados. — Os métodos empregados na medição dos deslocamentos verticais são baseados no nivelamento de redes constituídas por pontos pertencentes à estrutura e por pontos fixos de referência. A diferença entre as cotas dum ponto determinadas antes e após a aplicação das forças à estrutura, c e c', dá o deslocamento vertical do ponto

$$w = c - c' \,. \tag{19}$$

Como os deslocamentos w são quantidades da ordem dalguns milímetros, os erros com que se tem de determinar c e c' são muito pequenos (inferiores a alguns décimos de milímetro) e os nivelamentos têm de ser portanto de alta precisão.

Mas convém notar, todavia, que não é necessário conhecer as cotas dos pontos com precisão, pois basta conhecer c e c' com o mesmo erro sistemático, o que significa não haver necessidade de se terem todos os cuidados exigidos nos nivelamentos de alta precisão, efectuados com fins geodésicos, cuidados que tendem a conduzir à eliminação dos erros sistemáticos.

Os nivelamentos empregados na determinação de deslocamentos verticais podem ser efectuados com os níveis de luneta (nivelamentos geométricos) ou com os teodolitos (nivelamentos trigonométricos).

Os métodos de medição de deslocamentos verticais baseados nos nivelamentos geométricos nada têm de especial a referir.

Pelo contrário, a medição destes deslocamentos por meio de nivelamentos trigonométricos precisa ser descrita com detalhe. De facto, a necessidade da medição da altura do aparelho, ou melhor, da variação da sua altura, obriga ao emprego dum método especial de observação que vai ser descrito a seguir (§ 25).

25. Método baseado no nivelamento trigonométrico. — Neste método utilizam-se também, como na medição de deslocamentos horizontais, os pilares de observação e as bases de centralização.

Seja M_1 (fig. 18) o ponto da estrutura cujo deslocamento vertical se quer medir. Antes da aplicação das forças, a distância vertical c deste ponto ao ponto P, centro do limbo vertical do teodolito, é

$$c = D \cot z + f(r) \tag{a}$$

onde D é a distância horizontal entre os pontos P e M_1, z o ângulo zenital da direcção PM_1 e $f(r)$ um termo correctivo que depende da refracção atmosférica.

A distância vertical c' da marca móvel M_1 ao ponto P, após o seu deslocamento para M_2 é

$$c' = D \cot z' - h + f'(r) \,, \tag{b}$$

onde h é a variação de altura do ponto P, no caso do aparelho se ter deslocado. Então, o deslocamento vertical do ponto observado será

$$(c)\quad w = D\,(\cot z - \cot z') + h + f(r) - f'(r)\,.$$

Atendendo ao pequeno valor da variação do ângulo z, esta expressão (c) pode escrever-se

$$(20)\qquad w = \frac{D}{sen^2 z}\,\frac{z' - z}{\rho''} + h + f(r) - f'(r),$$

onde $z' - z$ é expresso em segundos centesimais.

A correcção $f(r) - f'(r)$ devida à refracção será discutida no § 27. Veremos então que é possível tê-la em linha de conta quer considerando $f(r) = f'(r)$, quer calculando aproximadamente a ordem de grandeza da diferença $f(r) - f'(r)$, quando for conhecida a distribuição das temperaturas das camadas atmosféricas através das quais se faz a propagação do raio luminoso.

A determinação da variação de altura do centro do círculo vertical, h, pode fazer-se com a mesma precisão da determinação de w.

De facto, seja A uma marca fixa à distância horizontal D_A do ponto de estação do teodolito (fig. 18). Seja z_A o valor do ângulo zenital da direcção PA determinado antes da aplicação das forças à estrutura.

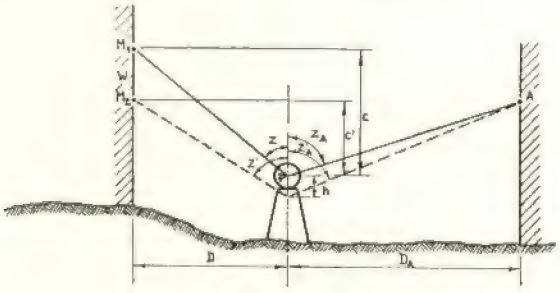


Fig. 18

Sendo z'_A o valor deste ângulo zenital quando se estaciona pela segunda vez no mesmo ponto, a variação de altura do centro do limbo zenital, P, é

$$h = D_A\,(\cot z_A - \cot z'_A) + f_A(r) - f'_A(r)\;,$$

onde $f_A(r) - f'_A(r)$ é a correcção devida à refracção do raio luminoso para o ponto A. Atendendo ao pequeno valor da diferença entre os ângulos zenitais, esta expressão pode escrever-se

$$(21)\quad h = \frac{D_A}{sen^2 z_A}\,\frac{z'_A - z_A}{\rho''} + f_A(r) - f'_A(r)$$

onde $z'_A - z_A$ é medido em segundos centesimais. A fim de se aumentar a precisão da medição de h, pode-se evidentemente recorrer a uma média de valores determinados para diversos pontos fixos.

Deste modo, está eliminada a dificuldade da determinação da altura do aparelho.

B) Erros sistemáticos no nivelamento geométrico

26. Erro de inclinação do nível e erro de graduação das miras. — Como é bem sabido, os erros sistemáticos que afectam os nivelamentos geométricos são os devidos ao não paralelismo, no plano de visada, do eixo óptico do óculo do aparelho à directriz do nível (erro de inclinação), os erros de graduação da mira e os erros devidos à refracção atmosférica.

O erro de inclinação do eixo óptico do nível é eliminado, como se sabe, pelo método das visadas iguais.

No caso deste erro não variar durante o tempo que duram as observações, não haverá necessidade de o eliminar. Mas como desiguais distribuições de temperatura no aparelho podem fazer variar a posição do seu eixo óptico, convém usar o método das visadas iguais, quando não haja a certeza da invariabilidade do erro de inclinação.

O facto da altura do aparelho ser geralmente sempre a mesma em cada estação, como veremos no § 28, vai também atenuar os erros de graduação e dilatação da mira. Ainda, para atenuar mais os erros de graduação, deve haver o cuidado de se colocar sempre, numa determinada marca de nivelamento, a mesma mira.

27. Erros devidos à refracção atmosférica. — Como se sabe, o índice de refracção do

ar varia com a sua temperatura. Assim, um raio luminoso atravessando camadas atmosféricas a diversas temperaturas tem uma trajectória curvilínea.

Medições da variação de temperatura do ar com a altitude têm mostrado que a temperatura do ar varia cerca de 1° C em 100 m de altitude [1]. Estas observações têm também mostrado uma grande variabilidade neste gradiante. De facto, a existência de vento, o estado de nebulosidade do céu, etc., modificam, como é fácil imaginar, o gradiante de temperatura. Na vizinhança do solo a temperatura do ar pode sofrer uma variação maior do que a correspondente a 0°,01 C por metro.

A estas pequenas variações de temperatura podem corresponder desvios do raio luminoso bastante grandes, que podem atingir alguns milímetros. Estes desvios podem ser avaliados desde que se conheça a temperatura do ar, ponto por ponto, através do qual se faz a propagação do raio luminoso, e a lei de variação do índice de refracção com a temperatura.

No caso simples de se poder supor que as camadas atmosféricas de igual temperatura são planas e paralelas, é fácil obter uma

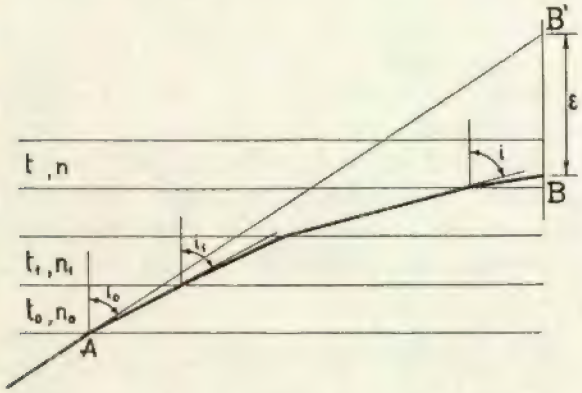


Fig. 19

ideia da ordem de grandeza dos erros devidos à refracção.

Com efeito [2], seja AB a trajectória do raio luminoso nas camadas de temperaturas t_0, t_1, ... t, (fig. 19). Seja n_0 e i_0 o índice de refracção e o ângulo de incidência na camada de temperatura t_0; n_1 e i_1 o índice de refracção e o ângulo de incidência na camada de temperatura t_1, etc., e n e i o índice de refracção e o ângulo de incidência na camada de temperatura t.

A lei fundamental da refracção

(a) $n_0 \, sen \, i_0 = n_1 \, sen \, i_1 = \ldots = n \, sen \, i$

mostra que a trajectória do raio luminoso só depende dos índices de refracção inicial e final.

Sendo 1,000294 o valor do índice de refracção do ar à temperatura de 0° C e à pressão de 760 mm, o seu valor à temperatura t e pressão H é,

$$(b) \qquad n = 1{,}000294 \, . \, \frac{1}{1 + \alpha t} \, \frac{H}{760}$$

onde α é o coeficiente de dilatação do ar.

Considerando a expressão (a)

$$n_0 \, sen \, i_0 = n \, sen \, i \, ,$$

e a expressão (b), fàcilmente se verifica que

$$(c) \qquad \frac{sen \, i_0}{sen \, i} = \frac{T_0}{T}$$

onde T_0 é a temperatura absoluta da camada de ar onde se encontra o eixo óptico da luneta do nível, e T é a temperatura absoluta da camada de ar onde a linha de visada encontra a mira.

Na dedução desta expressão supôs-se que a pressão H era igual nos pontos A e B.

Representando por Δt a diferença $T - T_0$, a expressão (c) dá, atendendo ao pequeno valor de $i - i_0$ e exprimindo-o em radianos

$$(d) \qquad i - i_0 = \frac{\Delta t}{T_0} \, tg \, i_0 \, .$$

Sendo D a distância percorrida pelo raio luminoso, o erro cometido na leitura da mira é então

$$(22) \qquad \varepsilon = \frac{\Delta t}{T_0} \, D \, tg \, i_0 \, .$$

Para dar uma ideia da grandeza dos erros devidos à refracção, na fig. 21 estão repre-

(1) R. Bosshardt, «Mesure optique des distances et méthode des coordonnées polaires», pág. 71 e seg., Ed. Librairie Georg et C.ie, Genève, 1930.

(2) H. Bouasse, «Optique Geométrique Supérieure», pág. 262 e seg., Ed. Delagrave, 1926.

sentados alguns valores de ε dados por esta expressão (22).

Para o cálculo destes valores supôs-se que se fazia uma observação sobre um plano a uma temperatura uniforme (fig. 20), inclinado de α sobre a horizontal. Admitiu-se ainda que as camadas de ar de igual temperatura eram paralelas a este plano,

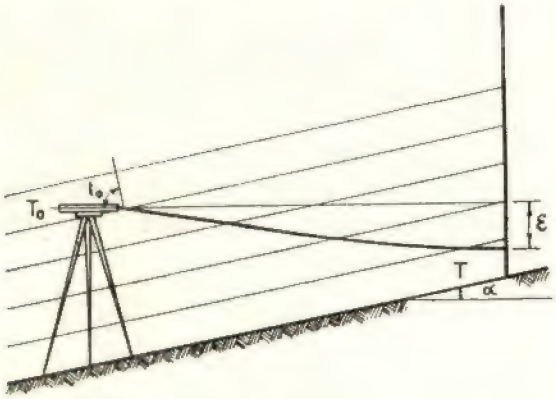


Fig. 20

que a distância percorrida pelo raio luminoso, D, era de 10 m, e que o aparelho estava numa camada de ar à temperatura de 20° C.

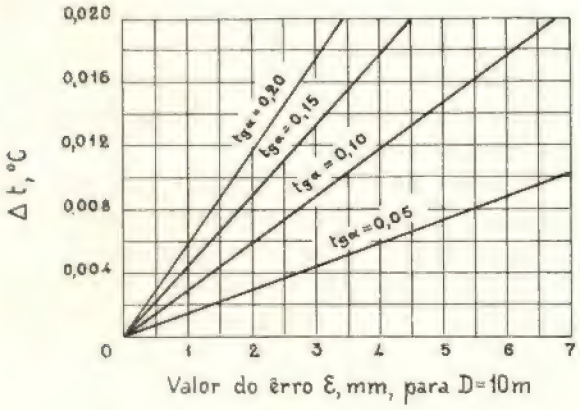


Fig. 21

A expressão (22) indica que o erro devido à refracção cresce quando a inclinação α do plano sobre o qual se faz a observação, diminue. Isto é, na verdade, aparente, pois quanto menos acusado é o desnível entre o aparelho e a mira, menor é a diferença de temperatura, Δt.

28. Método de trabalho. — O processo comummente empregado para eliminar o erro proveniente da variabilidade do índice de refracção do ar consiste em colocar o nível a igual distância dos pontos onde se põem as miras. Mas este meio sòmente conduz à eliminação do erro de refracção no

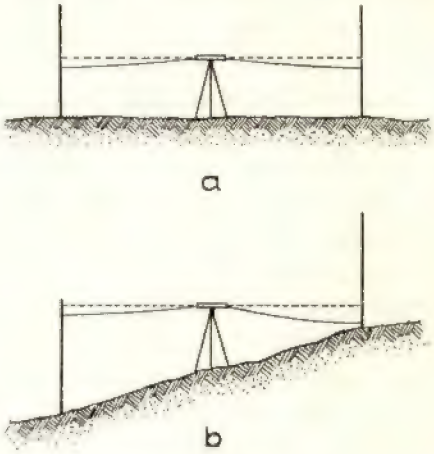


Fig. 22

caso dos dois pontos estarem sensìvelmente à mesma altura (fig. 22 *a*). No caso representado na fig. 22 *b*, o erro não é eliminado, em virtude da falta de simetria das duas trajectórias do raio luminoso. Mas num nivelamento de grande extensão, como acontece nos nivelamentos topográficos e geodésicos, a existência de casos como os representados na fig. 22 *b*, e de casos simétricos deste, é igualmente provável, de tal sorte que ao fim dum comprimento suficientemente grande da linha de nivelamento, o erro devido à refracção resulta muito atenuado.

No caso da observação de obras, as linhas de nivelamento não são, nem devem ser, extensas, e deve-se ainda notar que, dado o caracter dos locais onde se trabalha, o raio luminoso é extremamente perturbado na sua trajectória por passar sempre, ou quase sempre, muito próximo de superfícies das mais diferentes naturezas (superfícies de madeira, de betão, de metal, de areia, de pedra, etc., etc.), nas mais variadas condições de temperatura. Isto provoca uma diversidade grande na temperatura das camadas atmosféricas onde se faz a propagação

do raio luminoso, o que faz variar bastante a forma da sua trajectória.

Nestas condições, o conhecido método das visadas iguais não conduzirá à eliminação dos erros sistemáticos provocados pela refracção.

Estes factos obrigam a tomar precauções especiais quanto às condições de observação. É então necessário *notar as condições atmosféricas em que é feito o nivelamento inicial, e procurar que os nivelamentos efectuados após a aplicação das forças sejam feitos nas mesmas condições de temperatura e com o céu no mesmo estado de nebulosidade.*

É ainda indispensável, para manter constantes estes erros, actuar nos nivelamentos efectuados antes e após a aplicação das forças, com o aparelho colocado sempre às *mesmas distâncias das marcas de nivelamento, e sempre à mesma altura do solo.* Isto conduz à necessidade de assinalar convenientemente as estações do aparelho.

C) Erros acidentais no nivelamanto geométrico

29. Consideração dos erros acidentais. — Os erros acidentais que se consideram num nivelamento geométrico são o erro de leitura da mira, o erro de calagem da bolha do nível, o erro de colocação da mira na marca de nivelamento, e o erro de verticalidade da mira.

Para se ajuizar não só da precisão com que se conhece um determinado deslocamento, mas também do melhor método a usar com um determinado tipo de aparelho e de marca de nivelamento, é indispensável o conhecimento dum aferidor de cada um destes erros elementares.

A determinação experimental deste aferidor, o erro quadrático médio, faz-se do mesmo modo e com os mesmos cuidados que os usados na determinação dos erros dos teodolitos (§ 14).

Por isso se coloca o nível e as miras num subterrâneo ou numa sala indeformável, onde as condições de temperatura e estado higrométrico se possam manter constantes durante o tempo que dura o estudo do aparelho. O nível deve ser também ligado a um pilar especialmente construído.

São dados a seguir alguns pormenores da técnica usada na determinação experimental destes erros, bem como os resultados obtidos no estudo dum nível Kern NK 3 (1).

30. Erro de leitura. — Este erro foi determinado a partir duma série grande de pontarias efectuadas com o retículo da ocular da luneta do nível para um traço da graduação da mira (fig. 23), por meio da rotação do micrómetro óptico de que é munido o aparelho.

Sobre uma mira colocada à distância de 8,6 m do aparelho, foram feitas 20 pontarias para um dos seus traços de divisão,

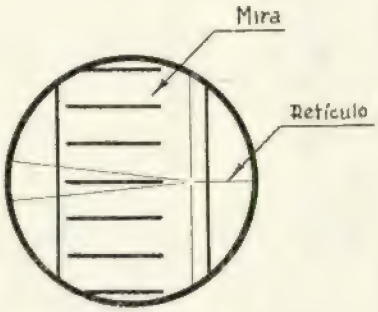


Fig. 23

com 1 mm de espessura. Cada pontaria era efectuada rodando alternadamente o micrómetro óptico em sentidos opostos.

Um cálculo semelhante ao apresentado no Quadro I permitiu concluir que o erro quadrático médio de cada leitura era de

$$\varepsilon_l = \pm 0{,}028 \text{ mm}.$$

31. Erro de calagem do nível. — Este erro foi determinado por meio de 20 operações de calagem, a cada uma das quais correspondia uma leitura na mira. As calagens eram efectuadas rodando o parafuso de elevação do nível, alternadamente, em sentidos opostos (fig. 24) e a cada sentido de calagem correspondiam rotações do micrómetro nos dois sentidos opostos.

No Quadro IV estão registadas as observações, calculada a sua média, os desvios

(1) No que vai seguir-se supõe-se que o leitor conhece o funcionamento deste aparelho.

QUADRO IV

N.º da observação n	Sentido da leitura	Sentido da calagem	Leitura no tambor do micrómetro óptico (milímetros)	Desvios para a média (centésimos de milímetro) v		Quadrados dos desvios v^2
1	+	+	1,80		— 2.9	8.41
2	—	—	81		— 3.9	15.21
3	—	+	71	+ 6.1		37.21
4	+	—	78		— 0.9	0.81
5	+	+	80		— 2.9	8.41
6	—	—	79		— 1.9	3.61
7	—	+	81		— 3.9	15.21
8	+	—	72	+ 5.1		26.01
9	+	+	76	+ 1.1		1.21
10	—	—	78		— 0.9	0.81
11	—	+	80		— 2.9	8.41
12	+	—	76	+ 1.1		1.21
13	+	+	77	+ 0.1		0.01
14	—	—	73	+ 4.1		16.81
15	—	+	80		— 2.9	8.41
16	+	—	75	+ 2.1		4.41
17	+	+	78		— 0.9	0.81
18	—	—	76	+ 1.1		1.21
19	—	+	80		— 2.9	8.41
20	+	—	71	+ 6.1		37.21
		Média	1,77.1		$\Sigma v^2 =$	203.80

de cada observação e a soma dos quadrados destes desvios.

O erro quadrático médio de cada uma destas observações é então

Sentido de calagem, + Sentido de calagem, −

Fig. 24

$$\text{(a)} \qquad \varepsilon = \pm \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n-1}} = \pm 0{,}033 \text{ mm} .$$

Como este erro resulta da conjugação dos erros de leitura, ε_l, e de calagem, ε'_c, então é

$$\text{(b)} \qquad \varepsilon'_c = \pm \sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon^2_l} = \pm 0{,}017 \text{ mm} .$$

Visto que a mira estava colocada à distância D de 8,6 m, um tal erro na mira corresponde a uma rotação da directriz do nível de

$$\text{(23)} \qquad \varepsilon_c = \pm \rho'' \frac{\varepsilon'_c}{D} = \pm 1{,}''3 .$$

Portanto, o erro de calagem da bolha do nível é de

$$\varepsilon_c = \pm 1{,}''3 .$$

32. Erro de colocação da mira na marca de nivelamento. — Os pontos nos quais se coloca a mira são definidos por meio de marcas de nivelamento.

Estas marcas são constituídas por pequenos cilindros de bronze com uma cavidade semi-esférica na extremidade superior, onde se vai alojar a calote esférica pela qual termina o botão colocado na parte inferior da mira (fig. 25).

A determinação do erro de colocação da mira na marca de nivelamento foi feita a partir das observações efectuadas numa série de 20 colocações da mira nesta marca. Após cada uma destas colocações, procedia-se a uma calagem da bolha e a uma

leitura. As normas seguidas para a calagem e leitura eram as mesmas das anteriores (§ 31).

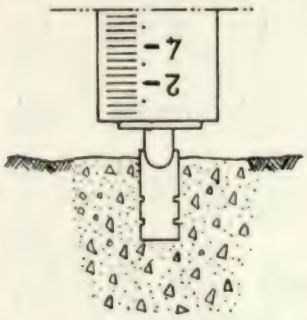


Fig. 25

Em cada operação, a mira era colocada rigorosamente vertical, isto é, com um erro de verticalidade que não ia afectar o valor da leitura, o que é relativamente fácil de conseguir como se verá a seguir (§ 33).

No caso das marcas de nivelamento ensaiadas, o erro de cada operação foi de

$$\varepsilon = \pm 0{,}045 \text{ mm}.$$

Como em cada uma destas operações se comete um erro de leitura, ε_l, um erro de calagem, ε_c, e um erro de colocação, ε_m, então

$$\varepsilon_m = \pm\sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon^2_c - \varepsilon^2_l}\,. \tag{24}$$

Como ε_l e ε_c já foram determinados, e notando que a mira se encontrava à distância de 8,6 m, o erro de colocação da mira na marca é então de

$$\varepsilon_m = \pm 0{,}031 \text{ mm}.$$

33. Erro de verticalidade da mira. — Quando uma mira munida de nível esférico é mantida à mão, é costume indicar como precisão de verticalização, o valor de 45' (1). Ora este valor parece estar bastante longe dos valores por nós determinados experimentalmente.

A sensibilidade do nível esférico utilizado na mira empregada neste estudo era de 25' por 2 mm de deslocamento da bolha. O diâmetro da bolha à temperatura de 28° C era de 3,4 mm, e o da marca circular de 6,2 mm.

Mantida a mira à mão, a observação mostrou que quando eram feitas as leituras na mira, a bolha estava sempre dentro dos limites definidos pela marca circular da calote esférica. Então, no caso limite da bolha estar tangente a esta marca o seu deslocamento será de 1,4 mm, a que corresponde uma inclinação do plano director do nível de cerca de 20'. Portanto, 20' será a inclinação máxima que a mira pode apresentar em relação à vertical.

É fácil calcular agora a influência deste desvio da verticalidade sobre a leitura feita na mira.

No caso da inclinação se dar no plano de visada (fig. 26), ou no plano normal a este,

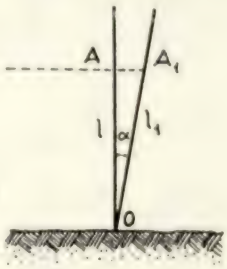


Fig. 26

a leitura será l_l, em vez de l, e o erro cometido é

$$E = l_1 - l\,.$$

Ora da fig. 26 deduz-se que,

$$l \approx l_1\left(1 - \frac{sen^2\,\alpha}{2}\right)\,,$$

atendendo ao pequeno valor de α. Portanto o erro cometido é

$$E = l_1\,\frac{sen^2\,\alpha}{2}\,. \tag{25}$$

No caso de se utilizar a parte média duma mira com 3 m de comprimento, $l_1 = 1{,}5$ m. Sendo de 20' o ângulo α da mira com a vertical, vem

$$E = 0{,}007 \text{ mm}\,,$$

(1) Agostini, *Topografia e disegno Topografico*, pág. 90, Vol. II, ed. Ulrico Hoepli, 1940.

limite superior dum erro bastante pequeno em face dos erros quadráticos médios anteriores. Por este facto e pela dificuldade que há na avaliação dum erro quadrático médio duma verticalização duma mira mantida à mão, este erro será desprezado.

Contudo, se o nível utilizado for duma sensibilidade inferior a 25' por 2 mm, será necessário tomar em consideração o erro da falta de verticalidade da mira. Por exemplo, se o desvio for de 50' e se se utilizar a parte superior duma mira com 3 m de comprimento, o erro E atinge cêrca de 0,1 mm. É então necessário recorrer às miras suportadas por tripés.

34. Precisão atingível. — Vejamos qual é a precisão atingível na medição dum deslocamento vertical, no caso simples de se efectuar uma única linha de nivelamento para determinar o deslocamento vertical dum ponto M_1.

Sendo A o ponto fixo (fig. 27) e c e c' as diferenças de nível entre A e a marca móvel

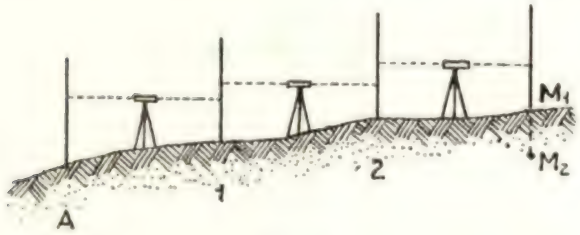


Fig. 27

determinadas antes e após o deslocamento desta marca de M_1 para M_2, o deslocamento vertical $M_1\ M_2$, será, como já se viu (expressão 19)

$$w = c - c' .$$

No caso de se colocar m vezes a mira na marca, de, em cada colocação da mira se fazerem c calagens da bolha, e por cada calagem se fazerem l leituras, é fácil ver que o erro com que vem afectada a média destas observações, isto é, a leitura média na mira, é

$$\text{(a)} \qquad \pm\sqrt{\frac{1}{m}\left[\varepsilon_m^2 + \frac{1}{c}\left(\varepsilon_c^2 + \frac{\varepsilon_l^2}{l}\right)\right]} .$$

Havendo n troços de nivelamento entre A e M_1, o erro de c será

$$\text{(b)} \qquad \varepsilon_c = \pm\sqrt{\frac{2n}{m}\left[\varepsilon_m^2 + \frac{1}{c}\left(\varepsilon_c^2 + \frac{\varepsilon_l^2}{l}\right)\right]} ,$$

e o erro do deslocamento w será então,

$$\text{(26)} \qquad \varepsilon_w = \pm 2\sqrt{\frac{n}{m}\left[\varepsilon_m^2 + \frac{1}{c}\left(\varepsilon_c^2 + \frac{\varepsilon_l^2}{l}\right)\right]} ,$$

supondo que c e c' são obtidos exactamente nas mesmas condições.

35. Exemplos de precisões atingidas. — Normalmente $l = 1$, porque a cada calagem se faz corresponder uma única leitura, em virtude da dificuldade que há de manter o nível calado durante um tempo suficientemente longo. Em geral n é também pequeno, $n = 1$, ou, quando muito, $n = 2$.

Supondo então uma única linha de visada, $n = 1$, com 20 m de comprimento, e supondo ainda que

$$m = 2$$
$$c = 2$$
$$l = 1$$

o erro dum deslocamento vertical é, para o nível estudado,

$$\varepsilon_w = \pm\ 0{,}066 \text{ mm.}$$

Adoptando um método de trabalho tal que

$$m = 4$$
$$c = l = 1,$$

então o erro de w é

$$\varepsilon_w = \pm\ 0{,}058 \text{ mm.}$$

No caso de cada nivelamento ser composto de dois troços, os erros são $\sqrt{2}$ vezes maiores, isto é, $\pm$ 0,093 e $\pm$ 0,082 mm, respectivamente.

D) Erros acidentais e sistemáticos no nivelamento trigonométrico

36. Erros sistemáticos. — Entre estes erros, o devido à refracção ocupa o mais impor-

tante lugar. A ele se aplicam as considerações feitas no § 27. Se a variação de temperatura do ar ao longo da trajectória do raio luminoso for conhecida, pode tentar-se fazer a correcção da falta de linearidade desta trajectória (§ 27).

Se esta variação não for conhecida, pode atenuar-se o erro por meio de observações feitas sempre nas mesmas condições de temperatura. Pode ainda aplicar-se um artifício que consiste em fazer corresponder a cada marca móvel, uma marca fixa à mesma altura, e à mesma distância, de tal modo que o raio luminoso que vem da marca móvel para o aparelho atravesse camadas atmosféricas com o mesmo gradiante de temperatura que aquelas que atravessa o raio luminoso que sai da marca fixa para o aparelho.

Claro que esta condição é, em geral, irrealizável numa obra, e há então necessidade de procurar realizar a primeira das condições, isto é, actuar nas mesmas condições de temperatura e de estado atmosférico geral quando se fazem as diversas observações dum mesmo ponto.

Na determinação do ângulo zenital das direcções deve eliminar-se o erro de índice, pois este pode variar em virtude das condições em que são feitas as observações. Evidentemente que, no caso de haver certeza da invariabilidade deste erro, não há necessidade de proceder à sua eliminação.

Para aumentar a precisão da definição da vertical em relação à qual se medem os ângulos zenitais, pode utilizar-se um nível de Horrebow, colocado sobre o montante do teodolito, como é bem conhecido.

37. Erros acidentais. — Os erros acidentais que se consideram nas medições feitas no círculo vertical dos teodolitos são os erros de leitura, pontaria e calagem do nível do círculo vertical.

Sobre a sua determinação nada há, de especial, a dizer, pois eles se medem exactamente como os outros erros acidentais já referidos.

O erro de centralização do aparelho, no sentido das observações horizontais, não tem aqui influência de nenhuma espécie. Sòmente interessa conhecer a precisão com que é medida a variação da altura do aparelho (§ 25), o que se faz a partir da discussão da expressão (21).

Para se determinar a precisão com que se conhece um deslocamento vertical medido por meio dum nivelamento trigonométrico, pode-se fazer uma discussão das expressões (20) e (21) do § 25, nos moldes das discussões feitas nos §§ 19 a 22 e no § 34.

Este processo de medição de deslocamentos verticais tem sido aplicado com êxito em observações de laboratório (medição da flecha duma viga carregada). Contudo, não houve ainda ocasião de o aplicar na observação de construções.

Conclusões

O estudo acabado de apresentar mostra que é possível medir deslocamentos nas construções com teodolitos de média precisão, da categoria dos teodolitos Wild T2 e Kern DKM2, sem necessidade de recorrer a aparelhos de alta precisão.

De facto, o erro dum deslocamento horizontal, embora variável segundo o método de medição empregado, pode fixar-se em cerca de $\pm D \cdot 10^{-5}$ metros, sendo D a distância, em metros, do teodolito à marca colocada na estrutura (§ 23).

O deslocamento vertical medido por meio de nivelamentos geométricos não é pràticamente afectado pelo comprimento das visadas. Exceptuando o erro devido à refracção, apenas o erro de calagem da bolha do nível tem uma influência proporcional à distância, no erro total duma diferença de nível (§ 31).

Para um comprimento das visadas da ordem de grandeza das que, correntemente se utilizam na prática (20 m) e para um método de trabalho normal (isto é, uma leitura na mira por cada calagem, uma ou duas calagens da bolha do nível e duas colocações da mira na marca de nivelamento), o erro dum deslocamento vertical pode fixar-se dentro dum intervalo de $\pm 0{,}05$ a $\pm 0{,}10$ mm (§ 35).

A existência de erros provocados pela refracção atmosférica obriga a evitar visa-

das muito juntas das superfícies, a notar muito cuidadosamente as condições de temperatura e do estado da atmosfera em que se fazem as observações iniciais e a procurar efectuar todas as restantes observações nas mesmas condições.

A aplicação, no nosso País, destes métodos ópticos de medição de deslocamentos obriga à necessidade do estudo sistemático dos gradiantes de temperatura do ar junto às superfícies aquecidas pela radiação solar. Assim se poderão estabelecer não só as melhores condições de hora, temperatura e de estado atmosférico geral em que devem ser feitas as observações mas também se poderão definir as condições em que são feitas determinadas observações.

Por outro lado, a necessidade da confirmação experimental dos cálculos feitos no § 27, que parecem conduzir a valores um pouco exagerados, exije o estudo experimental directo da refracção atmosférica junto das superfícies.

Os métodos de medição de deslocamentos que foram objecto deste artigo têm sido empregados com êxito na medição de deslocamentos em diversas construções, como na Canalização da Ribeira de Alcântara, num Armazém do Porto de Lisboa, e num hangar do Aeroporto da Portela de Sacavém.

O GALVANÓMETRO BALÍSTICO

UM ERRO DE CLASSIFICAÇÃO

PELO ENG.º ELECTROTÉCNICO (I. S. T.) BENJAMIM DA CONCEIÇÃO MENDONÇA

C. D. 621,317

(Continuação)

Uma outra *constante* se apresenta também como fundamental no estudo e construção dos galvanómetros e aparelhos neles baseados: é a sua *constante de amortecimento.* As expressões, que exprimem as condições de funcionamento das equipagens móveis dos galvanómetros, tal como ficaram deduzidas, não deixam ver, senão em parte, os factores de construção que influem e decidem do fim para que são construídos.

Quando deduzimos a equação do movimento oscilante do quadro, expressão (22), substituímos os coeficientes do segundo e terceiro termos por dois parâmetros do teor seguinte:

$$m = \frac{f_a}{2I} + \frac{H^2 S^2 N^2}{2IR} \tag{124}$$

e

$$n^2 = \frac{B}{I} \tag{125}$$

Se examinarmos bem esta expressão vemos que *m* é uma constante de amortecimento, porquanto, tanto o primeiro como o segundo termo, representam os binários parciais amortecedores que tendem a opor-se ao deslocamento do quadro.

O atrito no ar, que é representado pelo primeiro termo, é relativamente pequeno em relação ao segundo, resultante das correntes induzidas no circuito do galvanómetro, e fechando-se este circuito através de uma resistência *r* exterior em derivação aos bornes da respectiva equipagem. Logo, se desprezarmos aquele termo, o que podemos fazer sem grande alteração do valor de *m*, teremos que a expressão (124) se reduzirá a

$$m = \frac{H^2 S^2 N^2}{2IR} \tag{126}$$

Mas, o produto H S N representa, precisamente, o fluxo máximo que penetra na face do quadro no sentido normal a este e que representaremos por Φ_o.

Logo, teremos que

$$m = \frac{\Phi_o^2}{2IR} \tag{127}$$

Temos, pois, aqui representado abreviadamente o valor da *constante de amortecimento.*

O estudo da equação do movimento oscilante (22) mostrou-nos que havia três casos a considerar e que eram:

Primeiro $$m > n \; ; \; \frac{f_a}{2I} + \frac{H^2 S^2 N^2}{2IR} > \sqrt{\frac{B}{I}} \quad \text{ou} \quad \frac{\Phi_o^2}{2IR} > \sqrt{\frac{B}{I}} \tag{128}$$

Segundo $$m = n\ ;\ \frac{f_a}{2I} + \frac{H^2 S^2 N^2}{2IR} = \sqrt{\frac{B}{I}} \quad \text{ou} \quad \frac{\Phi_o^2}{2IR} = \sqrt{\frac{B}{I}} \tag{129}$$

Terceiro $$m < n\ ;\ \frac{f_a}{2I} + \frac{H^2 S^2 N^2}{2IR} < \sqrt{\frac{B}{I}} \quad \text{ou} \quad \frac{\Phi_o^2}{2IR} < \sqrt{\frac{B}{I}} \tag{130}$$

O primeiro caso, como dissemos, é aquele em que o movimento, quaisquer que sejam as circunstâncias em que ele se produza, é sempre aperiódico, e a lentidão do movimento será tanto maior quanto o primeiro membro da expressão (128) for maior do que o segundo. Isto corresponderá a um maior afastamento da aperiodicidade crítica, representada pela relação (129).

Dentro deste caso constroem-se galvanómetros com os objectivos mais diversos, e está indicado para os casos em que convém que as indicações dos aparelhos sejam lentas, e não se exijam condições de rapidez de volta ao zero dos respectivos ponteiros ou dos rectículos iluminados de milivoltímetros e micro-amperímetros de precisão portáteis em uso nos laboratórios de medidas eléctricas.

Estas condições de construção dependem das características mecânicas e eléctricas da equipagem.

Para tornar mais evidente estas nossas observações vamos representar o valor do desvio θ_t da equação (45) em função dessas características.

Como vimos então, o valor atribuído a θ_t neste caso foi representado pela expressão

$$\theta_t = \frac{\omega_o}{\sqrt{m^2 - p^2}} \left(\frac{m + p}{m - p}\right)^{-\frac{m}{2p}} \tag{131}$$

Ora, como sabemos

$$p = \sqrt{m^2 - n^2} \quad \text{ou} \quad p^2 = m^2 - n^2 \tag{132}$$

Mas, a expressão de θ_t pode-se apresentar da seguinte forma:

$$\theta_t = \frac{\omega_o}{\sqrt{m^2 - p^2}} \left(\frac{[m + p]^2}{m^2 - p^2}\right)^{-\frac{m}{2p}} = \frac{\omega_o}{n} \left[\frac{m + \sqrt{m^2 - n^2}}{n}\right]^{-\frac{2m}{2\sqrt{m^2 - n^2}}} =$$

$$= \frac{\omega_o}{n} \left[\frac{m + \sqrt{m^2 - n^2}}{n}\right]^{-\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{n^2}{m^2}}}} \tag{133}$$

Introduzamos agora os valores de n e m, representados pelas equações (125) e (127), observando porém que a relação sob o radical do expoente da expressão (133) é representada por um valor tão pequeno, que, pràticamente, se pode desprezar e o radical reduz-se à unidade como podemos verificar.

Assim, temos que

$$\frac{n^2}{m^2} = \frac{\frac{B}{I}}{\frac{\Phi_o^4}{4 I^2 R^2}} = \frac{4 I B R^2}{\Phi_o^4} \tag{134}$$

Φ_0 ja é expresso por um número grande, e muito maior será a sua quarta potência. Logo, esta relação pouco maior é que zero. De maneira que a equação (133) tornar-se-á

$$\theta_t = \frac{\omega_0}{n}\left[\frac{m+\sqrt{m^2-n^2}}{n}\right]^{-1} = \frac{\omega_0}{n}\left[\frac{n}{m+\sqrt{m^2+n^2}}\right] = \frac{\omega_0}{m+\sqrt{m^2-n^2}} \tag{135}$$

Agora, podemos introduzir os valores de m e n das expressões (127) e (125) e, assim, teremos:

$$\theta_t = \frac{\omega_0}{\frac{\Phi_0^2}{2IR}+\sqrt{\frac{\Phi_0^2}{4I^2R^2}-\frac{B}{I}}} = \frac{\omega_0}{\frac{\Phi_0^2}{2IR}\left[1+\sqrt{1-\frac{4IR^2B}{\Phi_0^4}}\right]} \tag{136}$$

Pelas razões já apontadas, a propósito da expressão (134), a fracção sob o radical pode ser desprezada. Portanto, teremos

$$\theta_t = \frac{\omega_0}{\frac{\Phi_0^2}{2IR}(1+1)} = \frac{\omega_0}{\frac{\Phi^2}{IR}} = \frac{\omega_0}{2m} \tag{137}$$

Vê-se, pois, claramente, que todos os aparelhos construídos sob estas condições são completamente aperiódicos, e o seu funcionamento rápido ou lento depende do valor que for atribuído à sua *constante de amortecimento m*, que é função do momento de inércia dos quadros galvanométricos, da resistência R do circuito de amortecimento e do valor das correntes induzidas sob a acção do respectivo campo indutor.

Para aumentar o amortecimento dos quadros, os construtores procuram diminuir o momento de inércia dos quadros, aproximando do eixo de rotação os respectivos lados, aumentando-lhes a altura h dos mesmos.

A conclusões idênticas se pode chegar estudando a evolução da fórmula (40), cuja expressão representa o tempo que o quadro leva a deslocar-se desde a partida do zero até atingir a posição de máximo desvio, elemento que o construtor tem sempre de ponderar na construção de aparelhos.

Assim, temos, fórmula (40),

$$t = \mathrm{Log}\left(\frac{m+p}{m-p}\right)^{\frac{1}{2p}} = \frac{1}{2p}\,\mathrm{Log}\,\frac{(m+p)^2}{m^2-p^2} = \frac{1}{2\sqrt{m^2-n^2}}\,\mathrm{Log}\,\frac{(m+\sqrt{m^2-n^2})^2}{m^2-(m^2-n^2)} =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{m^2-n^2}}\,\mathrm{Log}\left(\frac{m+\sqrt{m^2-n^2}}{n}\right)^2 = \frac{1}{\sqrt{m^2-n^2}}\,\mathrm{Log}\,\frac{m+\sqrt{m^2-n^2}}{n} \tag{138}$$

Introduzindo agora os valores de m e n, dados pelas equações (125) e (127), obtemos:

$$t = \frac{1}{\sqrt{\frac{\Phi_0^4}{4I^2R^2}-\frac{B}{I}}}\,\mathrm{Log}\,.\,\frac{\frac{\Phi_0^2}{2IR}+\sqrt{\frac{\Phi_0^4}{4I^2R^2}-\frac{B}{I}}}{\sqrt{\frac{I}{B}}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{\Phi_o^2}{2\,I\,R}\sqrt{1-\frac{4\,I\,R^2\,B}{\Phi_o^4}}}\,\mathrm{Log}\left[\frac{\Phi_o^2}{2\,I\,R}\sqrt{\frac{I}{B}}\left(1+\sqrt{1-\frac{4\,I\,R^2\,B}{\Phi_o^4}}\right)\right]=$$

$$= \frac{1}{\frac{\Phi_o^2}{2\,I\,R}}\,\mathrm{Log}\,\frac{\Phi^2}{I\,R}\sqrt{\frac{I}{B}} = \frac{1}{m}\,\mathrm{Log}\,2\,m\,.\,\frac{T'^2_o}{\pi^2} \tag{139}$$

Desta expressão tira-se que

$$\frac{1}{t} = \frac{m}{\mathrm{Log}\,2\,m\,\frac{T'^2_o}{\pi^2}} \tag{140}$$

Na equação (137) o valor de θ_t pode ser expresso em função da quantidade de electricidade, que atravessou o circuito da equipagem móvel e que provocou aquele desvio, substituindo ω_o pelo valor representado na equação (106).

Assim, temos que

$$\theta_t = \frac{I\,R}{\Phi_o^2}\,.\,\omega_o = \frac{I\,R}{\Phi_o^2}\,.\,\frac{H\,S\,N}{I}\,q = \frac{R}{\Phi_o}\,.\,q \tag{141}$$

pelo que será

$$q = \frac{\Phi_o}{R}\,.\,\theta_t \tag{142}$$

Vamos agora supor que i_1 é o valor da corrente de impulsão, correspondente à quantidade de electricidade, que atravessou o quadro galvanométrico e que provocou o desvio θ_t. E, que o tempo, que a mesma levou a anular-se, foi igual ao que o quadro levou a fazer o seu deslocamento θ_t. Logo, teremos que

$$q = \frac{\Phi_o}{R}\,\theta_t = i_1\,t \tag{143}$$

donde se tira que

$$i_1 = \frac{1}{t}\,.\,\frac{\Phi_o}{R}\,\theta_t = \frac{m}{\mathrm{Log}\,2\,m\,\frac{T'^2_o}{\pi^2}}\,.\,\frac{\Phi_o}{R}\,.\,\theta_t \tag{144}$$

Podemos exprimir o valor de i_1 em função da *constante de sensibilidade k*. Já sabemos que, pela equação (112),

$$B\,\delta = H\,S\,N\,i = \Phi_o\,i \tag{145}$$

donde

$$\frac{\Phi_o}{B} = \frac{\delta}{i} = k \tag{146}$$

A equação (114) dá o valor de B em função da semi-oscilação livre do quadro galvanométrico sem amortecimento. Teremos, portanto,

$$k = \frac{\Phi_o}{\frac{\pi^2}{T'^2_o}\,I} = \frac{\Phi_o}{I}\,.\,\frac{T'^2_o}{\pi^2} \tag{147}$$

donde

$$\frac{\Phi_o}{I} = k\,.\,\frac{\pi^2}{T'^2_o} \tag{148}$$